



ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	F Інформаційні технології
Спеціальність	F3 Комп'ютерні науки
Освітня програма	Системи і методи штучного інтелекту
Статус дисципліни (код)	Нормативна (ПО 4)
Форма навчання	очна(денна) Режим навчання: очний / дистанційний / змішаний
Рік підготовки, семестр	1 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	5 кредитів ЄКТС Загальна кількість: 150 год. Лекційних занять: 30 год. Практичних занять: 30 год. Самостійна робота студентів: 90 год.
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен
Розклад занять	schedule.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: к.ф.-м.н., Стусь Олександр Вікторович, Stus.Oleksandr@lil.kpi.ua Практичні: к.ф.-м.н., Стусь Олександр Вікторович
Розміщення курсу	https://classroom.google.com/c/Nzc0NjU0NTYzOTUx?cjc=z3neuupi

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дана дисципліна є однією з фундаментальних в освітній програмі.

Предмет вивчення дисципліни становлять, головним чином, дискретні об'єкти (висловлення, графи, комбінаторика), а також об'єкти, що тісно пов'язані з дискретними системами, і тому їх останнім часом традиційно відносять до дискретної математики (множини, відношення, групи та кільця).

У процесі навчання студент має оволодіти такими компетентностями: ЗК01 «Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу», ЗК06 «Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями», ЗК11 «Здатність приймати обґрунтовані рішення», ФК01 «Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтовування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування», ФК03 «Здатність до логічного мислення, побудови логічних висновків, використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, проектування, розроблення й аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності, розв'язності та нерозв'язності алгоритмічних проблем для адекватного моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем».

По завершенню курсу студент має набуті наступні програмні результати навчання: ПРО2 «Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації».

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна передувє і забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: «Математична логіка та теорія алгоритмів» (ПО 18), «Об'єктно-орієнтоване програмування» (ПО 07), «Вступ до штучного інтелекту та інтелектуального аналізу даних» (ПО 24) та інші освітні компоненти, які слідуєть за цими дисциплінами.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Алгебра висловлювань.

Тема 1.1. Основні поняття та закони алгебри висловлювань. Принцип дуальності. Логічний наслідок та логічна еквівалентність.

Основні поняття алгебри висловлювань. Операції над висловлюваннями. Закони алгебри висловлювань. Принцип дуальності. Узагальнений закон де Моргана. Логічний наслідок та логічна еквівалентність. Теорема дедукції для алгебри висловлювань. Формалізація «природної мови».

Розділ 2. Алгебра множин.

Тема 2.1. Основні операції над множинами та закони алгебри множин. Потужність скінченної множини.

Основні поняття теорії множин. Закони алгебри множин. Доведення тотожностей в алгебрі множин. Декартовий добуток множин. Алгебра множин як алгебрична структура. Поняття про кільце множин.

Розділ 3. Елементи теорії відношень.

Тема 3.1. Основні поняття теорії відношень. Операції над відношеннями.

Основні поняття теорії відношень. Методи задання відношень. Операції над відношеннями.

Тема 3.2. Властивості бінарних відношень. Відношення еквівалентності та порядку.

Відношення еквівалентності та відношення порядку. Поняття про фактор-множину. Функціональні відношення. Функція як частковий випадок відношення.

Розділ 4. Елементи комбінаторики.

Тема 4.1. Основні принципи комбінаторики та основні комбінаторні схеми.

Основні принципи комбінаторики. Переставлення з повтореннями та без повторень. Комбінації з повтореннями та без повторень. Впорядковані розбиття. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Трикутник Паскаля. Біноміальна та поліноміальна формули.

Розділ 5. Елементи теорії груп та кілець

Тема 5.1. Поняття групи. Приклади груп.

Загальні означення теорії алгебричних структур з однією бінарною операцією. Теорема про єдиність нейтрального та зворотного елементів. Основні властивості груп. Група підстановок. Адитивні та мультиплікативні групи класів лишків.

Тема 5.2. Підгрупи. Циклічні групи. Групи класів лишків. Фактор групи та теорема про гомоморфізми.

Підгрупи. Критерій підгрупи. Гомоморфізми груп. Циклічні групи. Суміжні класи. Нормальні підгрупи. Теорема Лагранжа для скінченних груп.

Визначення фактор-групи. Основні теореми про ядро та образ гомоморфізму. Теорема про гомоморфізми для груп.

Тема 5.3. Кільця. Основні поняття. Кільця з одиницею.

Основні поняття теорії кілець. Кільця з одиницею. Поняття області цілісності та поля. Бінарні дерева.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова:

1. *Дискретна математика : підручник для студентів вищих навчальних закладів / О.А. Борисенко. Суми: Університетська книга, 2024. 254 с. (НТБ ім. Г.І. Денисенка)*
2. *Дискретна математика : навчальний посібник / Б.В. Гнатів, В.Р. Гладун, Л.Б. Гнатів ; Міністерство освіти і науки України, Національний університет "Львівська політехніка". Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2021. 398 с. (НТБ ім. Г.І. Денисенка)*
3. *Дискретна математика : навчальний посібник / Н.Б. Дахно, Ю.В. Кравченко, О.О. Лещенко, А.С. Дуднік; Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Факультет інформаційних*

технологій, Кафедра мережевих та інтернет технологій. Київ : Видавництво "Каравела", 2025. (НТБ ім. Г.І. Денисенка)

4. Дискретна математика: збірник індивідуальних завдань. /уклад.: І.Я. Спекторський, О.В. Стусь, В.М. Статкевич. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 88 с. URL: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/50767>
5. Спекторський І.Я., Стусь О.В., Статкевич В.М. Дискретна математика. Збірник задач: навч. посіб. Київ: НТУУ «КПІ», 2015. 103 с. URL: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/11562>

Додаткова:

6. Ежов І.І, Скороход А.В., Ядренко М.Й. Елементи комбінаторики. Київ: Вища школа, 1972. 84 с.
7. Завало С.Т. Курс алгебри. Київ: Вища школа, 1985. 503 с.
8. Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Руткас А.Г. Комп'ютерна дискретна математика. Харків: «Компанія СМІТ», 2004. 480 с.
9. Спекторський І.Я. Дискретна математика: навч. посіб. / КПІ. Київ: ІВЦ «Політехніка», 2004. 220 с.
10. Elliot Mendelson. Introduction to Mathematical Logic, fourth ed. London: Chapman & Hall, 1997. 447 p.
11. Основи дискретної математики / Капітонова Ю.В. та інші. Київ: Наукова думка, 2002. 582 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Алгебра висловлювань. Основні поняття алгебри висловлювань. Операції над висловлюваннями. Закони алгебри висловлювань. Література. [9], с. 7-14; [1], с. 50-53; [3], с. 47-53.
2	Алгебра висловлювань. . Принцип дуальності. Узагальнений закон де Моргана. Логічний наслідок та логічна еквівалентність. Теорема дедукції для алгебри висловлювань. Формалізація «природної мови». Література. [9], с. 14-18.
3	Теорія множин. Основні поняття теорії множин. Закони алгебри множин. Доведення тотожностей в алгебрі множин. Література. [9], с. 19-25; [1], с. 12-30; [3], с. 8-18.
4	Теорія множин. Потужність скінченної множини. Декартовий добуток множин. Алгебра та кільце множин. Література. [9], с. 26-32; [1], с. 27-30; [3], с.18-20.
5	Теорія відношень. Основні поняття теорії відношень. Методи задання відношень. Операції над відношеннями. Література. [9], с. 33-40; [3], с.20-24; [8], с. 30-46
6	Властивості бінарних відношень. Відношення еквівалентності та порядку. Властивості бінарних відношень. Транзитивне замикання. Відношення еквівалентності та відношення порядку. Література. [9], с. 41-48; [3], с.24-33; [8], с. 47-53.
7	Фактор-множина. Функція як частинний випадок відношення. Поняття про фактор-множину. Функціональні відношення. Функція як частковий випадок відношення. Література. [9], с. 49-56; [3], с.33-38; [8], с. 54-60.
8	Основні принципи комбінаторики та основні комбінаторні схеми. Основні принципи комбінаторики. Переставлення з повтореннями та без повторень. Комбінації з повтореннями та без повторень. Література. [9], с. 57-64; [1], с. 124-131; [8], с. 408-425.
9	Біноміальна та поліноміальна формули. Упорядковані розбиття. Біноміальна та поліноміальна формули. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Трикутник Паскаля. Література. [9], с. 64-69; [1], с. 132-151; [8], с. 431-442.

10	Поняття групи. Загальні означення теорії алгебричних структур з однією бінарною операцією. Теореми про єдиність нейтрального та зворотного елементів. Основні властивості груп. Література. [9], с. 106-112; [8], с. 73-89.
11	Групи підстановок. Група підстановок. Парні та непарні підстановки Література. [9], с. 113-131.
12	Групи класів лишків. Підгрупи. Гомоморфізми груп. Циклічні групи. Групи класів лишків. Підгрупи. Критерій підгрупи. Гомоморфізми груп. Циклічні групи. Суміжні класи. Теорема Лагранжа для скінчених груп. Нормальні підгрупи. Література. [9], с. 132-156.
13	Фактор-групи та теорема про гомоморфізми. Визначення фактор-групи. Основні теореми про ядро та образ гомоморфізму. Теорема про гомоморфізми для груп. Література. [9], с. 157-176.
14	Кільця. Основні поняття. Означення кільця. Приклади та основні властивості кілець. Література. [9], с. 177-182; [8], с. 90-93.
15	Кільця з одиницею. Дільники нуля. Кільця з одиницею. Поняття області цілісності та поля. Ідемпотентні кільця. Література. [9], с. 183-190, 208-209; [8], с. 90-93.

Практичні заняття

№	Назва теми занять
1	Операції над висловлюваннями. Закони алгебри висловлювань.
2	Логічний наслідок та логічна еквівалентність. Теорема дедукції для алгебри висловлювань. Формалізація «природної мови».
3	Закони алгебри множин. Доведення тотожностей в алгебрі множин.
4	Розв'язок систем рівнянь в алгебрі множин.
5	Декартовий добуток множин.
6	Методи задання відношень. Операції над відношеннями. Функціональні відношення.
7	Властивості бінарних відношень. Транзитивне замикання.
8	Відношення еквівалентності та відношення порядку. Фактор-множина.
9	МКР (частина 1)
10	Основні принципи комбінаторики. Розміщення з повтореннями та без повторень. Перестановки. Комбінації з повтореннями та без повторень.
11	Упорядковані розбиття. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Біноміальна та поліноміальна формули. Розв'язання комбінаторних задач за допомогою кореневих дерев.
12	Загальні означення теорії алгебричних структур з однією бінарною операцією. Основні властивості груп. Група підстановок. Групи класів лишків.
13	Підгрупи. Критерій підгрупи. Гомоморфізми груп. Циклічні групи. Теорема Лагранжа для скінчених груп. Визначення фактор-групи. Теорема про гомоморфізми для груп.
14	Основні поняття теорії кілець. Кільця з одиницею, дільники нуля, мультиплікативна група кільця.
15	МКР (частина 2)

6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Самостійна робота здобувача складається з виконання розрахункової роботи, яка складається з трьох частин (частина 1 – Теорія множин та теорія відношень відповідає розділам 2 та 3, частина 2 – Комбінаторика відповідає розділу 4, частина 3 – Елементи теорії груп та кілець відповідає розділу 5). Розрахункова робота сприяє поглибленому засвоєнню методів розв'язання задач з курсу дискретної математики. Методичні рекомендації до виконання розрахункової роботи, варіанти завдань, термін виконання надає лектор всім групам потоку та зазначає у гугл-класі. Викладачі, які ведуть практичні заняття, у двотижневий термін з призначеної дати здачі студентами робіт, перевіряють роботи та виставляють рейтингові бали.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Здобувачі вищої освіти не мають право пропускати лекційні та практичні заняття без поважних причин. На кожному практичному занятті повинні активно залучатися до розв'язання практичних задач, бажано за фахом. Для цього викладач на кожній лекції повинен приділяти увагу до застосування прочитаних тем в різних галузях науки. Захист розрахункової роботи повинен виявити наскільки здобувач може не тільки абстрактно та логічно мислити, а й аналізувати результат. Усі роботи здобувачів мають прикріплювати в особистому кабінеті гугл-класу. Терміни здачі кожного завдання позначені в щотижневих завданнях у гугл-класі. Індивідуальне завдання, контрольні та екзаменаційні роботи мають бути виконані студентами з дотриманням академічної доброчесності.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Семестровий контроль: екзамен

1. Семестровий рейтинг з дисципліни «Дискретна математика» складається з рейтингових балів (див. табл.1), і не перевищує $R_{\max} = 100$. У семестрі здобувач може набрати 60 балів, відповідно на іспиті – 40 балів.

Таблиця 1. Система рейтингових балів

№		Контрольний захід	Бал
1.	R_c	Індивідуальне завдання частина 1	17
2.		Індивідуальне завдання частина 2	10
3.		Індивідуальне завдання частина 3	11
4.		Модульна контрольна робота частина 1	10
5.		Модульна контрольна робота частина 2	12
6.	R_e	Відповідь на екзамені	40

2. Розрахункова робота зараховується тільки за умови його захисту студентом.
3. Для захисту кожної частини розрахункової роботи студенту надається не більше п'яти спроб.
4. За невдалі спроби захисту кожної частини розрахункової роботи нараховуються штрафні бали згідно табл.2, у залежності від кількості невдалих спроб захисту.

Таблиця 2. Система штрафних балів

Кількість невдалих спроб	Штрафні бали
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

5. Студент допускається до іспиту при виконанні двох умов:
 - семестрова складова R_c не нижче ніж 30 балів;
 - усі три частини розрахункової роботи є зарахованими.

6. За роботу протягом семестру (активна робота в аудиторії, вчасний захист розрахункових робіт) студент може отримати не більше 5 заохочувальних додаткових балів.
7. На іспиті студенту пропонуються два теоретичні питання по 10 балів кожне та дві задачі по 10 балів кожна, які оцінюються згідно табл. 3.

Таблиця 2. Критерії оцінювання теоретичного питання/задачі

Критерій	Бали
Наявні всі формулювання, всі доведення повні та чіткі/ розв'язання задачі повне та відповідь правильна	10
Наявні всі формулювання, в доведеннях наявні одна чи декілька некритичних помилок/розв'язання задачі повне, але остаточна відповідь відсутня або присутні помилки лише арифметичного характеру	8
Наявні всі формулювання з некритичними помилками, доведення неповні (наявна лише частина доведення)/ розв'язання задачі неповне (наявна лише частина повної відповіді або відсутній важливий крок)	6
Наявні основні формулювання/намічено правильний хід розв'язання, але допущено грубі помилки	2
Відсутність основних формулювань/відсутність правильного ходу розв'язання задачі	0

8. Рейтингова оцінка $RD = R_c + R_e$ з кредитного модуля переводиться в оцінку ECTS та традиційну «чотирибальну» оцінку згідно табл. 4.

Таблиця 4. Відповідність рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

Рейтинг	Університетська шкала оцінок рівня здобутих компетентностей
$95 \leq RD \leq 100$	Відмінно
$85 \leq RD \leq 94$	Дуже добре
$75 \leq RD \leq 84$	Добре
$65 \leq RD \leq 74$	Задовільно
$60 \leq RD \leq 64$	Достатньо
$RD \leq 59$	Незадовільно
Невиконання умов допуску до семестрового контролю	Не допущено

10. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Теоретичні питання:

- Основні поняття алгебри висловлювань.
- Тотожності алгебри висловлювань. Приклади доведення.
- Принцип дуальності. Узагальнене правило де Моргана в алгебрі висловлювань.
- Логічний наслідок і логічна еквівалентність формул в алгебрі висловлювань.
- Основні поняття теорії множин.
- Доведення законів алгебри множин.
- Скінчені множини. Потужність скінченої множини.
- Поняття алгебри та кільця множин.
- Декартовий добуток множин.
- Основні поняття теорії відношень.
- Бінарні відношення. Способи задання бінарних відношень.
- Операції над бінарними відношеннями.
- Властивості бінарних відношень.
- Транзитивне замикання.
- Відношення еквівалентності та відношення порядку.
- Розбиття множини. Фактор-множина.
- Функція як частинний випадок відношення.

18. Основні поняття комбінаторики. Загальне поняття вибірки.
19. Розміщення з повтореннями та без повторень.
20. Комбінації з повтореннями та без повторень.
21. Упорядковані розбиття.
22. Біноміальна та поліноміальна формули. Трикутник Паскаля.
23. Застосування кореневих дерев в комбінаторних задачах.
24. Алгебричні структури з однією бінарною операцією.
25. Означення групи. Основні властивості груп.
26. Група підстановок (Загальні поняття).
27. Парні та непарні підстановки.
28. Адитивна та мультиплікативна групи лишків.
29. Поняття підгрупи. Критерій підгрупи.
30. Гомоморфізми груп: Основні визначення та теореми.
31. Циклічні групи.
32. Суміжні класи.
33. Скінченні групи. Теорема Лагранжа.
34. Наслідки з теореми Лагранжа.
35. Нормальні дільники.
36. Поняття фактор-групи.
37. Гомоморфізми груп. Теореми про ядро і образ гомоморфізму.
38. Поняття кільця. Основні властивості кілець.
39. Підкілець. Критерій підкілець.
40. Кільця з одиницею.
41. Дільники нуля. Поняття області цілісності та поля.
42. Поняття про ідемпотентні кільця.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено *к.ф.-м.н., Стусь Олександр Вікторович*

Ухвалено кафедрою ММСА (протокол № 14 від 25.06.2025)

Погоджено Методичною комісією НН ІПСА (протокол № 7 від 25.06.2025)