



Обчислювальна математика

Силабус освітнього компонента

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	12 – Інформаційні технології
Спеціальність	122 – Комп'ютерні науки
Освітня програма	Системи і методи штучного інтелекту
Статус дисципліни	Обов'язкова (нормативна)
Форма навчання	Очна (денна)
Рік підготовки, семестр	II курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	5 кредитів ECTS /150 годин (54 годин лекцій, 36 годин лабораторних робіт)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/ МКР/ РР
Розклад занять	Лекція 3 години на тиждень (1,5 пари), лабораторні роботи 2 години на тиждень (1 пара) за розкладом на http://schedule.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: к.т.н., доцент Шахновський Аркадій Маркусович, AMShakhn@xtf.kpi.ua Лабораторні роботи: к.т.н., доцент Шахновський Аркадій Маркусович, AMShakhn@xtf.kpi.ua
Розміщення курсу	https://classroom.google.com/

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Силабус освітнього компонента «Обчислювальна математика» складено відповідно до освітньої програми підготовки бакалаврів «Системи і методи штучного інтелекту» спеціальності 122 – Комп'ютерні науки.

Метою навчальної дисципліни є вивчення чисельних методів як одного з базових інструментів розв'язування сучасних прикладних задач, а також вивчення питань побудови, застосування та теоретичного обґрунтування алгоритмів наближеного розв'язання різних класів математичних задач, оволодіння теоретичними основами методів обчислень, здатністю аналізувати та обирати необхідний конкретний чисельний метод для розв'язування математичної задачі, розробляти алгоритми, виконувати аналіз отриманих результатів, формування та закріплення у студентів наступних компетентностей: ЗК02 – здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях, ЗК08 – здатність генерувати нові ідеї (креативність), ЗК 10 – здатність бути критичним і самокритичним, ЗК11 – здатність приймати обґрунтовані рішення, ЗК12 – здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.

Предмет навчальної дисципліни – є чисельні методи розв'язання, орієнтовані на ефективну реалізацію в обчислювальних системах.

Програмні результати навчання, на формування та покращення яких спрямована дисципліна: ПРН5 – проектувати, розробляти та аналізувати алгоритми розв'язання

обчислювальних та логічних задач, оцінювати ефективність та складність алгоритмів на основі застосування формальних моделей алгоритмів та обчислюваних функцій, ПРНБ – використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

Для успішного засвоєння дисципліни студент повинен володіти на достатньому рівні знаннями, отриманими при вивченні математичного аналізу, теорії ймовірностей, ймовірнісних процесів та математичної статистики, дискретної математики.

Вивчення кредитного модуля формує навички застосування підходів і методів обчислювальної математики для аналізу та розв'язання прикладних задач у курсі «Вступ до штучного інтелекту та інтелектуального аналізу даних», для виконання прикладних розрахунків в інших дисциплінах освітньої програми, під час виконання дипломного проєктування та в подальшій професійній діяльності.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Вступ до чисельних методів

Тема 1.1. Чисельні методи та їх особливості. Дії з наближеними числами, класифікація похибок

Розділ 2. Розв'язання алгебраїчних рівнянь та їх систем

Тема 2.1. Чисельне розв'язання алгебраїчних (трансцендентних) рівнянь. Локалізація коренів. Методи бісекції, простої ітерації, хорд, січних, Ньютона, комбіновані методи. Розв'язання систем нелінійних рівнянь.

Тема 2.2. Прямі методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Тема 2.3. Системи великої розмірності. Ітераційні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь спеціального вигляду. Метод Томаса.

Розділ 3. Пошук власних чисел та векторів

Тема 3.1. Проблема знаходження власних значень. Повна та часткова проблеми. Метод Крилова, метод Левер'є, метод Фадєєва- Левер'є. QR-метод розв'язання проблеми власних значень.

Розділ 4. Методи опрацювання експериментальних даних.

Тема 4.1. Основні поняття математичної статистики. Генеральна сукупність та вибірка. Проста статистична сукупність. Статистичний ряд. Емпірична функція розподілення. Інтервальне розподілення. Гістограма. Числові характеристики статистичного розподілу. Вибіркове середнє та вибіркова дисперсія (розрахунок, інтерпретація). Оцінки характеристик випадкових величин та їх властивості. Точкові та інтервальні оцінки.

Тема 4.2. Статистичні гіпотези Перевірка статистичних гіпотез про закон розподілу генеральної сукупності. Помилки першого та другого роду, рівень значущості. Критерій Пірсона. Перевірка статистичних гіпотез про параметри розподілу нормальної генеральної сукупності. Критерії перевірки гіпотез про значення невідомих параметрів гауссівських генеральних сукупностей.

Тема 4.3. Оцінювання тісноти зв'язку. Коефіцієнт кореляції. Кореляційна залежність. Лінійна кореляція. Поле кореляції. Поняття про регресію. Випадок лінійної кореляції за незгрупованими даними. Випадок лінійної кореляції за згрупованими даними. Кореляційна таблиця. Визначення параметрів рівняння лінійної регресії. Нелінійна кореляція.

Тема 4.4. Задача наближення функцій. Інтерполяція, екстраполяція та апроксимація. Поліноміальна інтерполяція, поліноми Лагранжа, Ньютона, Гаусса, Стірлінга. Поняття про ортогональні поліноми. Інтерполяція сплайнами.

Тема 4.5. Апроксимація даних дослідів. Метод ідентифікації апроксимуючих поліномів. Метод найменших квадратів. Лінеаризація функцій.

Розділ 5. Чисельне диференціювання та інтегрування

Тема 5.1. Чисельне диференціювання та інтегрування. Використання інтерполяційних поліномів. Використання різницьових схем. Чисельне інтегрування. Правило Рунге. Метод "подвійного перерахунку".

Розділ 6. Чисельне розв'язання диференціальних рівнянь

Тема 6.1. Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Концепція чисельного розв'язання диференціальних рівнянь: явні однокрокові методи.

Тема 6.2. Спеціальні методи розв'язання задачі Коші.

Тема 6.3. Крайова задача для звичайних диференціальних рівнянь. Зведення крайової задачі до задачі Коші.

Тема 6.4. Крайова задача для диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Тема 6.5. Чисельне розв'язання крайових задач для диференціальних рівнянь параболічного типу.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Литвинов А. Л. Чисельні методи: теорія і практика : навч. посіб. – Харків : ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2022. – 166 с. URL: <https://eprints.kname.edu.ua/62005/1/2022%20печ.%2013Н%20Чисельн%20Методи%20Литвинов.pdf>

2. Костюшко І. А. Методи обчислень : підруч. / І. А. Костюшко, Н. Д. Любашенко, В. В. Третиник. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2021. – 243 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/a23882f0-698a-4e5e-b7ca-d367be1c2ccf/content>

3. Обчислювальна математика. Комп'ютерний лабораторний практикум: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Системи і методи штучного інтелекту» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: А. М. Шахновський, О.О. Квітка, О.А. Дмитрієва. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 116 с. (доступ через дистанційний курс на платформі Сікорський).

4. Обчислювальна математика. Математичне опрацювання експериментальних даних. Розрахункова робота: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Системи і методи штучного інтелекту» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: А. М. Шахновський, О. О. Квітка. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 114 с. (доступ через дистанційний курс на платформі Сікорський).

Додаткова література

5. Бондаренко С. Г., Сангінова О. В., Шахновський А. М. Чисельні методи в хімії та хімічній технології: підруч. для здобувачів ступеня бакалавра / КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 564 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/393d7459-ecc1-4a58-a075-572a2f288cb2/content>

6. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи : підруч. – К Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с. (Бібліотека КПІ ім. І. Сікорського)

7. Chapra S. C., Canale R. P. Numerical methods for engineers; 8th edition McGraw Hill, 2020. 1008 p. URL: <https://mrce.in/ebooks/Numerical%20Methods%20for%20Engineers%208th%20Ed.pdf>

8. Алгоритмізація інженерних розрахунків: комп'ютерний практикум: навч. посіб. / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: А. М. Шахновський, С. Г. Бондаренко, О. В. Сангінова, О.О. Квітка –. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 106 с. URL: <https://ela.kpi.ua/items/cc7d0af5-edba-4878-9fd2-a412bc21acb4>

9. Алгоритмізація інженерних розрахунків: розрахункова робота: навч. посіб. / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: А. М. Шахновський, С. Г. Бондаренко, О. В. Сангінова, О.О. Квітка – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 86 с. URL: <https://ela.kpi.ua/items/4da9153b-2be7-47e4-b842-aa7dd524e114>

10. Чисельні методи: Навчальний посібник. / Волонтир Л.О, Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А., ВНАУ. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с. URL: <http://repository.vsau.org/getfile.php/27703.pdf>

11. Чисельні методи розв'язання прикладних задач : навч. посіб. / О. А. Гончаров, Л. В. Васильєва, А. М. Юнда. – Суми : Сумський державний університет, 2020. – 142 с. URL: https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/79378/3/Honcharov_chyselni_metody.pdf;jsessionid=ACC258A4782981868C5FD195CA822BB0

Інформаційні ресурси:

12. Introduction to Numerical Methods. MIT OpenCourseWare. URL: <https://ocw.mit.edu/courses/18-335j-introduction-to-numerical-methods-spring-2019/>

13. Numerical Methods for Partial Differential Equations. MIT OpenCourseWare. URL: <https://ocw.mit.edu/courses/18-336-numerical-methods-for-partial-differential-equations-spring-2009/>

14. Дистанційний курс Сікорські Дистанс. Режим доступу: Google Classroom (Google G Suite for Education, домен LLL.kpi.ua, платформа Sikorsky-distance)

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

Вичитування лекцій з освітнього компонента проводиться паралельно з виконанням здобувачами вищої освіти лабораторного комп'ютерного практикуму з розглядом питань, що виносяться на самостійну роботу. При читанні лекцій при змішаному навчанні застосовуються засоби для відеоконференцій (Google Meet, Zoom тощо) та дидактичні засоби й інформаційні джерела, які розміщені на платформі дистанційного навчання Сікорський [14]. Після кожної лекції рекомендується ознайомитись з матеріалами, рекомендованими для самостійного вивчення, а перед наступною лекцією – повторити матеріал попередньої.

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Тема 1.1. Чисельні методи та їх особливості. Дії з наближеними числами, класифікація похибок <u>Основні питання:</u> Предмет вивчення і задачі освітньої компоненти. Точні та наближені розрахунки; похибки у інженерних розрахунках. Джерела виникнення похибок.
2	Тема 1.1. (продовження) <u>Основні питання:</u> Абсолютна та відносна похибка. Правила округлення чисел. Десятковий запис наближеного числа. Значущі, вірні і сумнівні цифри. числа. Зв'язок між числом вірних цифр та похибкою наближеного числа.

3	Тема 2.1. Чисельне розв'язання алгебраїчних (трансцендентних) рівнянь. <u>Основні питання:</u> Постановка задачі. Практичні застосування. Графічні та аналітичні методи відокремлення коренів. Приклади алгоритмів.
4	Тема 2.1. (продовження) <u>Основні питання:</u> Методи уточнення значень коренів з необхідною точністю (ітерацій, хорд, січних, дихотомії - половинного поділу). Приклади алгоритмів.
5	Тема 2.1. (продовження) <u>Основні питання:</u> Методи уточнення значень коренів з необхідною точністю. Графічна інтерпретація методів. Поняття про збіжність ітераційного методу. Ефективність методів. Порівняння методів. Приклади алгоритмів.
6	Тема 2.2. Прямі методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь <u>Основні питання:</u> Постановка задачі. Практичні застосування. Огляд методів розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гауса. Схема єдиного ділення. Приклади алгоритмів. Ефективність методів.
7	Тема 2.3. Системи великої розмірності. Ітераційні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. <u>Основні питання:</u> Розв'язання систем лінійних рівнянь методом Якобі (простих ітерацій). Розв'язання систем лінійних рівнянь ітераційним методом Зейделя (Гаусса-Зейделя). Приклади алгоритмів.
8	Тема 2.3. (продовження) Розв'язання систем лінійних рівнянь ітераційним методом релаксації. Приклади алгоритмів.
9	Тема 2.3. (продовження) Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь спеціального вигляду. Метод Томаса. Приклади алгоритмів.
10	Тема 3.1. Власні значення і власні вектори матриць. <u>Основні питання:</u> Постановка задачі власних значень. Означення власного значення і власного вектора. Значення в прикладних задачах (динаміка, стійкість, тощо). Класи задач: повна спектральна задача, знаходження домінантного власного значення, тощо. Характеристичне рівняння.
11	Тема 3.1. (продовження) <u>Основні питання:</u> Метод Крилова. Метод Левер'є, метод Фадєєва-Левер'є. QR-розклад матриці: сутність і методи. Властивості ортогональних та трикутних матриць. QR-ітерації. Ідея QR-алгоритму. Збіжність QR-методу. Поліпшення збіжності QR-методу.
12	Тема 4.1. Основні поняття математичної статистики. <u>Основні питання:</u> Генеральна сукупність та вибірка. Проста статистична сукупність. Статистичний ряд. Емпірична функція розподілення. Інтервальне розподілення. Гістограма. Числові характеристики статистичного розподілу. Вибіркове середнє та вибіркова дисперсія (розрахунок, інтерпретація). Оцінки характеристик випадкових величин та їх властивості. Точкові та інтервальні оцінки.
13	Тема 4.2. Статистичні гіпотези <u>Основні питання:</u> Перевірка статистичних гіпотез про закон розподілу генеральної сукупності. Помилки першого та другого роду, рівень значущості. Критерій Пірсона. Перевірка статистичних гіпотез про параметри розподілу нормальної генеральної сукупності. Критерії перевірки гіпотез про значення невідомих параметрів гауссівських генеральних сукупностей.
14	Тема 4.3. Кореляційний та регресійний статистичний аналіз. <u>Основні питання:</u> Оцінювання тісноти зв'язку. Коефіцієнт кореляції. Кореляційна

	залежність. Лінійна кореляція. Поле кореляції. Поняття про регресію. Випадок лінійної кореляції за незгрупованими даними. Випадок лінійної кореляції за згрупованими даними. Кореляційна таблиця. Визначення параметрів рівняння лінійної регресії. Нелінійна кореляція.
15	Тема 4.4. Задача наближення функцій. <u>Основні питання:</u> Поняття інтерполяції, екстраполяції та апроксимації. Інтерполяція, екстраполяція та апроксимація. Поліноміальна інтерполяція, поліноми Лагранжа. Розділені різниці. Скінченні різниці.
16	Тема 4.4. (продовження) <u>Основні питання:</u> Поліноми Ньютона. Перша та друга інтерполяційні формули. Поліноми Гаусса, Стірлінга. Зворотнє інтерполювання. Похибка інтерполювання. Поняття про ортогональні поліноми.
17	Тема 4.4. (продовження) <u>Основні питання:</u> Переваги «кускового» наближення. Сплайни як згладжені функції: безперервність похідних. Типи сплайнів. Лінійні сплайни. Квадратичні сплайни. Кубічні сплайни. Формальна побудова кубічного сплайна. Умови згладженості: безперервність функції, її першої та другої похідних. Алгоритм побудови кубічного сплайна. Визначення крайових умов. Побудова окремих поліномів на підінтервалах. Формування системи коефіцієнтів. Система лінійних рівнянь для коефіцієнтів: метод тридіагональної матриці. Аналіз точності сплайн-інтерполяції: порівняння з поліноміальною інтерполяцією.
18	Тема 4.5. Апроксимація даних дослідів. <u>Основні питання:</u> Апроксимація, метод найменших квадратів. Лінійна апроксимація за методом найменших квадратів. Квадратична апроксимація за методом найменших квадратів. Приклади розрахунків з використанням метода найменших квадратів.
19	Тема 4.5. (продовження) <u>Основні питання:</u> Апроксимація за методом найменших квадратів з використанням емпіричних залежностей (показникової, степеневої та інших функцій), метод вирівнювання (лінеаризації). Вибір виду емпіричної формули.
20	Тема 4.5. (продовження) <u>Основні питання:</u> Визначення параметрів лінеаризованої емпіричної формули. Аналіз точності апроксимуючих поліномів.
21	Тема 5.1. Чисельне диференціювання та інтегрування. <u>Основні питання:</u> Використання інтерполяційних поліномів. Використання різницевих схем. Постановка задачі чисельного диференціювання. Практичні застосування чисельного диференціювання. Основні поняття. Похідна першого та другого порядку. Скінченні різниці: прямі, зворотні, центральні. Сіткові вузли, крок. Односторонні (прямі/зворотні) формули наближеного обчислення похідних. Центральні формули наближеного обчислення похідних. Похибки обчислень у випадку табличних (експериментальних) значень. Диференціювання інтерполяційних поліномів. Використання полінома Лагранжа або Ньютона для знаходження похідної. Похибка чисельного диференціювання. Приклади обчислення похідної на основі інтерполяції.
22	Тема 5.1. (продовження) <u>Основні питання:</u> Постановка задачі чисельного інтегрування. Практичні застосування чисельного обчислення інтегралів. Типи задач: обчислення визначеного інтеграла для таблично заданої або складної функції. Методи прямокутників (прості формули Ньютона–Котеса) Метод трапецій. Метод парабол (Сімпсона). Оцінка похибки інтегрування. Правило Рунге. Приклади

	алгоритмів. Інтерполяція Річардсона. Адаптивні методи чисельного інтегрування та автоматичний вибір кроку. Приклади алгоритмів.
23	Тема 6.1. Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь. <u>Основні питання:</u> Поняття про розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Практичні застосування. Концепція чисельного розв'язання диференціальних рівнянь: явні однокрокові методи. Метод Ейлера та його модифікації. Приклади розрахунків.
24	Тема 6.1. (продовження) <u>Основні питання:</u> Методи Рунге-Кутти. Розв'язок систем звичайних диференціальних рівнянь. Розв'язок звичайних диференціальних рівнянь вищих порядків. Приклади розрахунків.
25	Тема 6.1. (продовження) <u>Основні питання:</u> Розв'язок звичайних диференціальних рівнянь вищих порядків. Практичні застосування. Приклади розрахунків. Порівняльна оцінка похибок чисельних методів розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.
26	Тема 6.2. Спеціальні методи розв'язання задачі Коші. <u>Основні питання:</u> Поняття про стійкість чисельного методу. Жорсткі диференціальні рівняння. Проблема керування кроком інтегрування.
27	Тема 6.2. (продовження) <u>Основні питання:</u> Поняття про неявні стабільні методи. Структура Батчера.
28	Тема 6.2. (продовження) <u>Основні питання:</u> Багатокрокові методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.
29	Тема 6.3. Крайова задача для звичайних диференціальних рівнянь. <u>Основні питання:</u> Граничні умови: класифікація. Граничні умови Діріхле, Неймана. Змішані умови (граничні умови Робена). Крайова задача для звичайних диференціальних рівнянь. Практичні застосування. Зведення крайової задачі до задачі Коші. Принцип заміни граничної умови на початкову. Умови зведення. Метод стрільби. Методи для підбору початкового нахилу. Графічна інтерпретація методу стрільби. Метод редукції (лінійна суперпозиція) для лінійних крайових задач.
30	Тема 6.3. (продовження) <u>Основні питання:</u> Метод скінченних різниць. Апроксимація похідних центральними різницями. Побудова різницевої схеми. Метод прогонки.
31	Тема 6.4. Крайова задача для диференціальних рівнянь з частинними похідними. <u>Основні питання:</u> Класифікація диференціальних рівнянь з частинними похідними. Практичні застосування. Еліптичні рівняння (Пуассона, Лапласа). Параболічні рівняння (теплопровідності). Гіперболічні (хвильові) рівняння. Крайова задача для диференціальних рівнянь з частинними похідними. Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними
32	Тема 6.4. (продовження) <u>Основні питання:</u> Концепція методу сіток. Метод сіток (скінченних різниць) Побудова регулярної сітки (одновимірної, двовимірної). Апроксимація похідних центральними або несиметричними різницями. Побудова різницевої схем.
33	Тема 6.5. Чисельне розв'язання крайових задач для диференціальних рівнянь параболічного типу. <u>Основні питання:</u> Метод сіток для диференціальних рівнянь другого порядку з частинними похідними.

34	Тема 6.5. (продовження) <u>Основні питання:</u> Явні та неявні різницеві схеми. Схема Ейлера (явна) для рівняння теплопровідності. Неявна схема. Умови стійкості (критерій Куранта).
35	Тема 6.5. (продовження) <u>Основні питання:</u> Метод прогонки. Застосування до систем із тридіагональною структурою. Покрокове розв'язання задачі в часі.
36	Тема 6.5. (продовження) <u>Основні питання:</u> Алгоритми реалізації розв'язання крайової задачі. Побудова сітки. Ініціалізація початкових і граничних умов. Ітераційне обчислення внутрішніх вузлів. Візуалізація результатів. Підсумки курсу

Лабораторні роботи

Метою комп'ютерного лабораторного практикуму є закріплення теоретичних знань, отриманих на лекціях та в процесі самостійної роботи з літературними джерелами в ході вивчення освітньої компоненти. Матеріал комп'ютерного лабораторного практикуму спрямований на одержання досвіду розв'язання фахових практичних задач шляхом застосування алгоритмів реалізації розрахунків на основі сучасних програмних середовищ.

Тиждень	Тема	Опис запланованої роботи
1	Лабораторна робота №1. Дослідження прийомів оперування з наближеними числами	Відповідно до отриманого індивідуального завдання, дослідити принципи округлення наближених чисел, а також розрахунку абсолютної, відносної та приведеної похибок. Застосувати ці прийоми під час виконання арифметичних операцій з наближеними числами. Оцінити вплив похибок на результати обчислень.
2		Відповідно до отриманого індивідуального завдання, дослідити похибки, які виникають при розрахунку функцій. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
3	Лабораторна робота №2. Методи розв'язку нелінійних та трансцендентних рівнянь	Відповідно до отриманого індивідуального завдання відокремити корені нелінійного алгебраїчного рівняння та уточнити їх заданими чисельними методами. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
4		Відповідно до отриманого індивідуального завдання уточнити корені нелінійного алгебраїчного рівняння заданими методами. У випадку використання ітераційного методу – перевірити виконання умови збіжності методу; побудувати послідовність ітерацій, визначити кількість кроків до досягнення заданої точності. Оцінити похибку та швидкість збіжності. Продемонструвати розрахунки викладачеві.

5	Лабораторна робота №3. Дослідження алгоритмів лінійної алгебри, розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь	Відповідно до отриманого індивідуального завдання розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь з використанням «прямих» чисельних методів. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
6		Відповідно до отриманого індивідуального завдання розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь з використанням чисельних методів ітерацій (із заданою точністю). перевірити виконання умови збіжності методу; побудувати послідовність ітерацій, визначити кількість кроків до досягнення заданої точності. Оцінити похибку та швидкість збіжності. Продемонструвати розрахунки програми викладачеві.
7	Лабораторна робота №4. Дослідження алгоритмів пошуку власних чисел матриць	Відповідно до отриманого індивідуального завдання, дослідити принципи розрахунку власних значень матриці класичними методами (методом характеристичного поліному). Побудувати характеристичний многочлен для заданої матриці, знайти його корені. Дослідити застосування ітераційних методів до знаходження власних значень матриці. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
8	Лабораторна робота №5. Дослідження алгоритмів опрацювання експериментальних даних та наближення функцій	Відповідно до отриманого індивідуального завдання, виконати первинне статистичне опрацювання експериментальних даних, визначити точкові статистичні характеристики. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
9		Відповідно до отриманого індивідуального завдання, дослідити принципи побудови наближення функції за допомогою «класичного» інтерполяційного поліному та кубічного сплайну. Задати функцію таблично на рівновіддаленій сітці, побудувати відповідну систему рівнянь для коефіцієнтів кубічного сплайну, знайти значення функції в заданих точках та порівняти з результатами інтерполяції поліномом. Проаналізувати точність наближення. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
10	Лабораторна робота №6. Дослідження алгоритмів чисельного диференцювання та інтегрування	Відповідно до отриманого індивідуального завдання, дослідити принципи чисельного розрахунку похідних за допомогою інтерполяційного полінома Ньютона та різницевих схем. Задати функцію таблично, обчислити першу та другу похідні у заданій

		точці, порівняти з аналітичними значеннями та оцінити похибку. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
11		Відповідно до отриманого індивідуального завдання, дослідити принципи чисельного інтегрування за формулами заданих чисельних методів. Застосувати правило Рунге та метод «подвійного перерахунку» для підвищення точності. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
12	Лабораторна робота №7. Дослідження алгоритмів чисельного розв'язання диференціальних рівнянь	Відповідно до отриманого індивідуального завдання отримати чисельний розв'язок задачі Коші для диференційного рівняння заданим чисельним методом. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
13		Відповідно до отриманого індивідуального завдання отримати чисельний розв'язок задачі Коші для системи диференціальних рівнянь заданим чисельним методом. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
14		Відповідно до отриманого індивідуального завдання отримати чисельний розв'язок крайової задачі для звичайного диференційного рівняння заданим чисельним методом. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
15		Відповідно до отриманого індивідуального завдання отримати чисельний розв'язок крайової задачі для диференційного рівняння з частинними похідними заданим чисельним методом. Продемонструвати розрахунки викладачеві.
16	Написання модульної контрольної роботи	
17	Захист розрахункової роботи	
18	Підсумкове заняття	До відома здобувачів вищої освіти доводиться кількість балів, яку вони набрали протягом семестру. Здобувачі вищої освіти, які були не допущеними до семестрової атестації з кредитного модуля, мають усунути причини, що призвели до цього.

Самостійна робота

Самостійна робота здобувача вищої освіти протягом семестру включає повторення лекційного матеріалу, складання (за вказівкою викладача) попередніх варіантів програм для проведення розрахунків на заняттях, оформлення звітів з комп'ютерних практикумів, виконання розрахункової роботи, підготовку до захисту результатів практикуму,

модульної контрольної роботи та розрахункової роботи. Рекомендована кількість годин, яка відводиться на підготовку до зазначених видів робіт:

Вид самостійної роботи	Кількість годин на підготовку
Підготовка до аудиторних занять: повторення лекційного матеріалу, складання попередніх варіантів програм для проведення розрахунків на заняттях, оформлення звітів з комп'ютерних практикумів	2 – 4 години на тиждень
Виконання розрахункової роботи	10-20 годин
Підготовка до МКР (повторення матеріалу)	2-4 години
Підготовка до заліку (повторення матеріалу)	30 годин

Індивідуальні завдання

Для більш ґрунтовного опанування програмного матеріалу освітнього компоненту здобувач вищої освіти одержує індивідуальне завдання на розрахункову роботу за темою: «Математичне опрацювання експериментальних даних». Мета та завдання розрахункової роботи полягають в поглибленні як теоретичних знань, так і навичок їх застосування для розв'язування поставленої задачі. Основний зміст роботи – розв'язання типових задач кореляційного аналізу та наближення функцій для наборів даних. Кореляційний аналіз – це базовий необхідний інструмент у роботі фахівця зі штучного інтелекту. Він дозволяє не лише розуміти структуру даних, а й приймати обґрунтовані рішення при побудові моделей. Володіння цим методом забезпечує якісну підготовку даних і підвищує ефективність аналітичних систем. У прикладних задачах штучного інтелекту, таких як машинне навчання, аналіз даних, робототехніка чи прогнозування, важливо мати інструменти для «наближення функцій», тобто побудови функціональної залежності між змінними, насамперед, із використанням одного із найефективніших класичних підходів для цього – методу найменших квадратів. В ході виконання розрахункової роботи студент розвиває придбані за період навчання навички користування довідковою та науково-технічною літературою, оформлення пояснювальної записки відповідно до норм оформлення.

Політика та контроль

6. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

У звичайному режимі роботи університету лекції та комп'ютерні практикуми проводяться в навчальних аудиторіях. У змішаному режимі лекційні заняття проводяться через платформу дистанційного навчання Сікорський, комп'ютерні практикуми – у комп'ютерних класах. У дистанційному режимі всі заняття проводяться через платформу дистанційного навчання Сікорський. Відвідування лекцій та комп'ютерних практикумів є обов'язковим (за винятком форс-мажорних обставин, спеціально оговорених статутними документами КПІ ім. Ігоря Сікорського).

На початку кожної лекції лектор може проводити опитування за матеріалами попередньої лекції із застосуванням інтерактивних засобів (Google Forms, тощо). Перед початком чергової теми лектор може надсилати питання із застосуванням інтерактивних засобів з метою визначення рівня обізнаності здобувачів за даною темою, підвищення зацікавленості та залучення слухачів до розв'язання прикладів.

Правила захисту лабораторних комп'ютерних практикумів та розрахункової роботи:

1. До захисту допускаються здобувачі вищої освіти, які правильно виконали розрахунки (при неправильно виконаних розрахунках їх слід усунути).
2. Захист відбувається за графіком, зазначеним у п.5 за індивідуальними завданнями.
3. Після перевірки завдання викладачем на захист виставляється загальна оцінка і робота вважається захищеною.

Правила призначення заохочувальних балів:

1. За модернізацію робіт нараховується від 1 до 6 заохочувальних балів;
2. За виконання завдань із удосконалення дидактичних матеріалів з освітньої компоненти нараховується від 1 до 6 заохочувальних балів;
3. За активну роботу на лекції нараховується до 0,5 заохочувальних балів (але не більше 10 балів на семестр).

Політика дедлайнів та перескладань: визначається п. 8 Положення про поточний, календарний та семестровий контроль результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського

Політика щодо академічної доброчесності: визначається політикою академічної чесності та іншими положеннями Кодексу честі університету.

7. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: вправи на лекційних заняттях, тестування, МКР, виконання та захист лабораторних робіт.

Календарний контроль: провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: екзамен.

Умови допуску до семестрового контролю: виконані та захищені лабораторні роботи, розрахункова робота, семестровий рейтинг більше 30 балів.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання

1. Рейтинг здобувача вищої освіти з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали, що складається з балів, що здобувач вищої освіти отримує за:

- виконання та захисту лабораторних робіт;
- виконання та захисту розрахункової роботи;
- виконання модульної контрольної роботи (МКР);
- відповіді на екзамені.

Критерії нарахування балів:

Лабораторні роботи

Ваговий бал за лабораторні роботи наведено у таблиці

Номер роботи	Бали
Лабораторна робота №1	4
Лабораторна робота №2	5
Лабораторна робота №3	5
Лабораторна робота №4	3
Лабораторна робота №5	5
Лабораторна робота №6	5
Лабораторна робота №7	7
Разом	34

Максимальна кількість балів за всі лабораторні роботи складає – 34 бали. Захист лабораторних робіт оцінюється в 1 бал. Ваговий бал за виконання і оформлення лабораторної роботи №1 складає 3 бали (дві частини по 1,5 балів кожна). Ваговий бал за виконання і оформлення лабораторних робіт №2, 3, 5, 6 складає 4 бали (дві частини по 2 бали кожна). Ваговий бал за виконання і оформлення лабораторної роботи №4 складає 2 бали (одна частина по 2 бали). Ваговий бал за виконання і оформлення лабораторної роботи №7 складає 6 балів (три частини по 2 бали кожна).

Критерії оцінювання лабораторної роботи 1 з ваговим балом 1,5 за виконання і оформлення однієї частини:

- вірно виконані і належним чином представлені завдання – 1,5 бали;
- у виконанні та представленні завдань містяться несуттєві неточності мають неточності – 1,5-1,3 бали;
- виконано всі завдання, але деякі з них містять окремі помилки або неточності (з подальшим їх виправленням) – 1,3-1,1 балів;
- - виконано не всі завдання, деякі з них містять суттєві помилки або неточності (з подальшим їх виправленням) – 1,1-0,7 балів;
- лабораторна робота не виконана або протокол не представлений – повертається на відпрацювання або доопрацювання.

Критерії оцінювання лабораторних робіт 2-7 з ваговим балом 2 за виконання і оформлення однієї частини:

- вірно виконані і належним чином представлені завдання – 2 бали;
- у виконанні та представленні завдань містяться несуттєві неточності мають неточності – 1,5-1,9 бали;
- виконано всі завдання, але деякі з них містять окремі помилки або неточності (з подальшим їх виправленням) – 1-1,4 бали;
- - виконано не всі завдання, деякі з них містять суттєві помилки або неточності (з подальшим їх виправленням) – 0-0,9 балів;
- лабораторна робота не виконана або протокол не представлений – повертається на відпрацювання або доопрацювання.

Критерії оцінювання захисту лабораторної роботи:

- вірні відповіді на запитання до захисту – 0,95 - 1 бал;
- відповіді на питання до захисту переважно вірні, але мають незначні неточності – 0,85-0,95 балів;
- відповіді на питання до захисту переважно вірні, але мають деякі неточності – 0,75-0,85 балів;
- відповіді на питання до захисту переважно вірні, але мають значні неточності – 0,65-0,75 балів;
- відповіді на питання до захисту переважно вірні, але мають дуже суттєві неточності – 0,60-0,65 балів;
- відповіді на питання до захисту переважно вірні, але мають дуже суттєві неточності захист не зараховано .

УВАГА! Захист всіх лабораторних робіт є однією з умов допуску до складання екзамену. Студенти, що на момент консультації перед екзаменом не захистили лабораторні роботи, не допускаються до основної здачі та готуються до перескладання.

Модульний контроль.

Ваговий бал – **8 балів**. Оцінювання роботи проводиться за наступною шкалою:

- повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 8-7,6 балів;

- достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями – 7,6-6 балів;
- неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 6-4,8 балів;
- незадовільна відповідь (не відповідає вимогам на «задовільно») – 0 балів.

Розрахункова робота.

Ваговий бал – **18 балів**. Оцінювання роботи проводиться за наступною шкалою:

- творчо виконана робота, виконані всі вимоги до роботи – 18-17,1 балів;
- роботу виконано з незначними недоліками, виконані майже всі вимоги до роботи, або є несуттєві помилки – 17,1-13,5 балів;
- роботу виконано з певними помилками, є недоліки щодо виконання вимог до роботи і певні помилки – 13,5-10,8 балів;
- роботу не зараховано (завдання не виконане або є грубі помилки) – 0 балів.

3. Календарний контроль базується на поточній рейтинговій оцінці. Умовою позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50% від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доводиться до відома студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

4. Відповідно до «Положення про організацію навчального процесу в НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», необхідною умовою допуску до складання екзамену є зарахування всіх лабораторних робіт, а також МКР і РР.

Максимальна сума балів, яку здобувач вищої освіти може набрати протягом семестру, складає 60 балів:

$$RC = r_{\text{лаб}} + r_{\text{мкр}} + r_{\text{рр}} = 34+8+18= 60 \text{ балів}$$

Форма семестрового контролю – екзамен

Максимальна сума балів за роботу у семестрі складає 60. Необхідною умовою допуску до екзамену виконані та захищені лабораторні роботи, виконана та захищена розрахункова робота, семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Екзамен містить дві складові: теоретичну та практичну. **Теоретична складова** направлена на перевірку набутих в результаті вивчення освітнього компонента знань студентів у вигляді тестування за лекційним матеріалом семестру. Кожне тестування містить 20 запитань різного формату (вибір правильного варіанту з переліку; вірно/невірно; визначити відповідність; чисельна відповідь; вибір пропущених слів; перетаскування на зображення тощо). Максимальна кількість балів за тестування складає 20 питань * 1 бал = 20 балів. **Практична складова** передбачає перевірку набутих студентами умінь розв'язувати задачі з різних класів обчислювальної математики. Кожному студенту надається окрема задача. Максимальна кількість балів за задачу складає 20 балів.

Критерії оцінювання теоретичної складової

- запитання типу «вибір правильного варіанту з переліку», «вірно/невірно», «чисельна відповідь» оцінюються однозначно: вірна відповідь – 1 бал, невірна відповідь – 0 балів;
- запитання, на які немає однієї конкретної відповіді, типу «визначити відповідність», «вибір пропущених слів», «перетаскування на зображення» оцінюються у відповідності до кількості елементів у тесті (наприклад, якщо треба вставити 4 слова у текст, то студент отримає по 0,25 балів за одне правильне вставлене слово, а за всі 4 правильно вставлені слова отримає

відповідно 1 бал) – невірна відповідь – 0 балів, частково вірна відповідь – 0,1-0,9 балів, вірна відповідь 1 бал.

Критерії оцінювання практичної складової

- вірно представлений хід розв'язання, вірна відповідь – 20 балів;
- хід розв'язання має незначні помилки, невірна відповідь – 15-19 балів;
- хід розв'язання має кілька помилок, невірна відповідь – 10-14 балів;
- хід розв'язання має значну кількість помилок, невірна відповідь – 5-9 балів;
- хід розв'язання містить грубі помилки або відсутній, невірна відповідь – 0-4 бали.

Лабораторні роботи	Розрахункова робота	МКР	Екзамен
34	18	8	40

8. Додаткова інформація з освітнього компоненту

Рекомендації та індивідуальні завдання до лабораторних робіт, рекомендації та індивідуальні завдання та вимоги до оформлення розрахункової роботи, перелік запитань до МКР, перелік типових екзаменаційних питань та завдань, посилання на інформаційні ресурси з тем курсу наведені у дистанційному курсі на платформі дистанційного навчання Сікорський [14].

Матеріально-технічне забезпечення дисципліни. Рекомендоване програмне забезпечення:

- Для оформлення звітів, побудови графіків, обробки таблиць – пакети LibreOffice, OnlyOffice (поширюються безплатно), сервіс Google Docs.
- Середовище програмування мовою Python з підтримкою математичних бібліотек Anaconda + Jupyter Notebook, VS Code, сервіс Google Colab.
- Програми комп'ютерної алгебри та математичні сервіси: Wolfram Alpha (Free Version), Maxima, SageMath; Desmos, GeoGebra.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доцентом кафедри штучного інтелекту НН ІПСА, к.т.н. доц. Шахновським А.М.

Ухвалено кафедрою штучного інтелекту (протокол №3 від 08.10.2025 р.)

Погоджено Методичною комісією НН ІПСА (протокол №2 від 09.10.2025 р.)