



## ОБЧИСЛЮВАЛЬНА МАТЕМАТИКА. ЧАСТИНА 2. ПОШУК ВЛАСНИХ ПАР МАТРИЦЬ. РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

### Реквізити навчальної дисципліни (Силабус)

|  |  |
|--|--|
| Рівень вищої освіти                            | Перший (бакалаврський)   |
| Галузь знань                                   | 12 Інформаційні технології   |
| Спеціальність                                  | 122 Комп'ютерні науки  |
| Освітня програма                               | Системи і методи штучного інтелекту  |
| Статус дисципліни                              | Нормативна   |
| Форма навчання                                 | очна (денна)/ дистанційна  |
| Рік підготовки, семестр                        | 2 курс, весняний семестр   |
| Обсяг дисципліни                               | 3 кредити ЄКТС   |
| Семестровий контроль/<br>контрольні заходи     | Залік  |
| Розклад занять                                 |  |
| Мова викладання                                | Українська   |
| Інформація про керівника<br>курсу / викладачів | Лектор: д.т.н., проф. Дмитрієва О.А.<br><a href="mailto:dmytriyeva.olga@lil.kpi.ua">dmytriyeva.olga@lil.kpi.ua</a><br><a href="https://orcid.org/0000-0001-8921-8433">https://orcid.org/0000-0001-8921-8433</a><br>Лабораторні заняття: к.т.н., доц. Шахновський А. М. |
| Розміщення курсу                               | <a href="https://classroom.google.com/c/NzAxNzY0NDc3OTY3?cjc=dqdarpp">https://classroom.google.com/c/NzAxNzY0NDc3OTY3?cjc=dqdarpp</a>  |

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Теоретичний матеріал і практичні застосунки, які пропонуються студентам в нормативній дисципліні «Обчислювальна математика. Частина 2», є логічним продовженням дисципліні «Обчислювальна математика. Частина 1». Основним завданням дисципліни окрім формування загальних компетентностей, таких, як здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, застосування знань у практичних ситуаціях, здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, є формування спеціальних фахових компетентностей. Серед таких здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних завдань у галузі комп'ютерних наук, їх

аналіз та інтерпретування. Засоби обчислювальної математики підходи дозволяють використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, досліджувати поведінку динамічних об'єктів із сконцентрованими і розподіленими параметрами.

*Метою* викладання навчальної дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 2» є подальше формування поглибленої системи теоретичних знань і практичних навичок з оцінювання та обґрунтування підходів щодо застосування і програмної реалізації ефективних сучасних методів чисельного розв'язання (в тому числі і орієнтованих на паралельну реалізацію з урахуванням топології обчислювальних систем) в завданнях, спрямованих на аналіз поведінки складних систем різної природи (інформаційних, економічних, фінансових, соціальних, політичних, технічних, організаційних, екологічних тощо).

*Предметом* дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 2» є чисельні методи розв'язання, орієнтовані на ефективну реалізацію в обчислювальних системах, в тому числі і з паралельною архітектурою.

Успішне опанування дисципліною «Обчислювальна математика. Частина 2» дозволяє сформувати у майбутніх фахівців як загальні компетентності, визначені в Освітньо-професійній програмі «Системи і методи штучного інтелекту» першого рівня вищої освіти за спеціальністю 122 Комп'ютерні науки, серед яких:

ЗК1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

ЗК2 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях

ЗК3 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності

ЗК6 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями

ЗК7 Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел

ЗК8 Здатність генерувати нові ідеї (креативність)

ЗК9 Здатність працювати в команді

ЗК11 Здатність приймати обґрунтовані рішення

ЗК12 Здатність забезпечувати та оцінювати якість виконуваних робіт,

так і фахові компетентності, а саме:

ФК1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування

ФК3 Здатність до логічного мислення, побудови логічних висновків, використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, проектування, розроблення й аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності, розв'язності та нерозв'язності алгоритмічних проблем для адекватного

моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем

ФК4 Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач

ФК7 Здатність застосовувати теоретичні та практичні основи методології та технології моделювання для дослідження характеристик і поведінки складних об'єктів і систем, проводити обчислювальні експерименти з обробкою й аналізом результатів

ФК12 Здатність забезпечити організацію обчислювальних процесів в інформаційних системах різного призначення з урахуванням архітектури, конфігурування, показників результативності функціонування операційних систем і системного програмного забезпечення.

В якості програмних результатів навчання слід відзначити, що студенти будуть:

ПР1 Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук.

ПР5 Проектувати, розробляти та аналізувати алгоритми розв'язання обчислювальних та логічних задач, оцінювати ефективність та складність алгоритмів на основі застосування формальних моделей алгоритмів та обчислюваних функцій.

ПР6 Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів.

ПР9 Розробляти програмні моделі предметних середовищ, вибирати парадигму програмування з позицій зручності та якості застосування для реалізації методів та алгоритмів розв'язання задач в галузі комп'ютерних наук.

ПР16 Виконувати паралельні та розподілені обчислення, застосовувати чисельні методи та алгоритми для паралельних структур, мови паралельного програмування при розробці та експлуатації паралельного та розподіленого програмного забезпечення.

Внаслідок вивчення курсу студенти повинні знати:

1. Програмні застосунки для підтримки обчислювальних процесів і візуалізації результатів.

2. Методи безпосереднього розгортання Крилова, Фаддєєва-Левєрьє для отримання характеристичного рівняння матриці.

3. Чисельні методи визначення власних значень та векторів матриць, засновані на декомпозиціях. Методи визначення власних значень для особливих матриць: симетричних, теплицевих тощо.

4. Чисельні методи диференціювання та інтегрування функцій. Практичні способи оцінки похибок диференціювання та інтегрування.

5. Одно- та багатокрокові явні і неявні методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем.

6. Неявні стадійні методи розв'язання задачі Коші, вкладені методи.

7. Чисельні методи розв'язання крайових завдань.

8. Чисельні методи розв'язання рівнянь з частинними похідними.

Внаслідок вивчення курсу студенти повинні вміти:

1. Розв'язувати прикладні математичні завдання шляхом створення відповідних застосувань з визначенням та обґрунтуванням оптимальних показників трудомісткості за часом та ресурсами пам'яті.

2. Будувати характеристичні рівняння матриць на основі рекурсивних співвідношень. Розв'язувати характеристичні рівняння з відокремленням і уточненням дійсних власних чисел матриць.

3. Застосовувати різницеві схеми та інтерполяцію для чисельного диференціювання функцій.

4. Чисельно інтегрувати функції за допомогою квадратурних формул, інтерполяції, забезпечуючи задану точність отримання результатів.

5. Використовувати рекурентні формули екстаполяції за Річардсоном та інтегрування за Ромбергом.

6. Знаходити числові розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем явними однокроковими методами.

7. Отримувати погоджені розгонові значення для явних багатокрових методів розв'язання задачі Коші. Здійснювати числову реалізацію задачі Коші за схемою предиктор-коректор.

8. Будувати схеми Батчера для явних, неявних, вкладених стадійних методів з оцінюванням порядку апроксимації.

9. Застосовувати ефективні числові методи для розв'язання крайових завдань.

10. Володіти різницеvими методами розв'язання завдань еліптичного, параболічного та гіперболічного типів для диференціальних рівнянь з частинними похідними.

11. Оцінювати порядки апроксимації отриманих схем. Застосовувати прийоми підвищення порядку апроксимації граничних і початкових умов для диференціальних рівнянь з частинними похідними.

12. Програмно генерувати матриці розрахункових коефіцієнтів для різницевих схем розв'язання, в тому числі для схем підвищеної точності.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Навчальна дисципліна «Обчислювальна математика. Частина 2» викладається в четвертому семестрі і спирається на теоретичні знання і практичні навички студентів, які вони отримали при вивченні першої частини дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 1», а також дисциплін «Математичний аналіз», «Лінійна алгебра», «Алгоритмізація та програмування», «Математична логіка та теорія алгоритмів». Отриманні знання виступають підґрунтям для вдалого опанування дисциплінами «Моделювання систем», «Дослідження операцій», «Теорія прийняття рішень», «Технології розподілених систем і паралельних обчислень», «Основи системного аналізу», а також при проходженні переддипломної практики та при підготовці випускної кваліфікаційної роботи.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

Кредитний модуль включає теми, подані нижче.

### **Вступ**

Сучасні проблеми «великого виклику». Застосування основних числових підходів в сучасних системах штучного інтелекту.

### **Розділ 1. Обчислення власних значень і власних векторів матриць.**

Тема 1.1. Проблема визначення власних чисел, прикладні застосунки. Рекурсивні методи безпосереднього розгортання Крилова, Фаддєєва-Левєрьє. Відокремлення і уточнення дійсних коренів характеристичного рівняння матриці

Тема 1.2. Чисельні методи визначення власних значень та векторів матриць, засновані на декомпозиціях. Метод QR-декомпозиції. Декомпозиція Хесенберга.

Тема 1.3. Числові підходи до визначення найбільшого/найменшого власних чисел матриці. Методи визначення власних значень для особливих матриць: симетричних (метод обертань), теплицєвих (метод Тренча) тощо.

### **Розділ 2. Чисельне диференціювання та інтегрування функцій**

Тема 2.1. Чисельне диференціювання з використанням різницевих схем інтерполяційних багаточленів. Оцінювання залишкових членів.

Тема 2.2. Чисельне інтегрування. Методи інтегрування високих порядків. Правило Рунге, екстраполяція Річардсона.

### **Розділ 3. Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь та їх систем**

Тема 3.1. Математична постановка завдання Коші. Однокрокові методи розв'язання завдання Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Явні і неявні стадійні методи. Вкладені формули.

Тема 3.2. Багатокрокові методи розв'язання завдання Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Явні і неявні методи типу Адамса.

Тема 3.3. Схеми Батчера. Проблема управління кроком інтегрування. Практичні методи оцінювання похибок інтегрування.

### **Розділ 4. Крайові завдання для звичайних диференціальних рівнянь**

Тема 4.1. Математична постановка крайового завдання. Чисельні методи розв'язання крайових завдань для звичайних диференціальних рівнянь, композиція завдань Коші. Метод скінченних різниць.

Тема 4.2. Методи колокацій, Гальоркіна, найменших квадратів, скінченних елементів розв'язання крайового завдання.

### **Розділ 5. Чисельне розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними**

Тема 5.1. Підходи до класифікації диференціальних рівнянь з частинними похідними. Области пошуку розв'язань, початкові та крайові умови.

Тема 5.2. Чисельні методи розв'язання еліптичних крайових завдань. Основні поняття методу сіток, явні і неявні шаблони. Ітераційні методи розв'язання Якобі, Зейделя, простої ітерації, верхньої релаксації.

Тема 5.2. Числове розв'язання одновимірних параболічних крайових завдань. Різницеві схеми розщеплення для двовимірних крайових завдань. Різницеві схеми підвищеної точності.

Тема 5.4. Розв'язання гіперболічних крайових задач. Явні і неявні різницеві схеми.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### *Базові джерела*

1. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи – К.: Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с. *(Бібліотека НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського»)*

2. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи. Лабораторний практикум – К: Видавнича група ВНУ, 2009. – 320 с. *(Бібліотека НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського», розміщено у навчальних матеріалах для студентів)*

3. Дмитрієва О.А. Спеціальні розділи обчислювальної математики. Комп'ютерний практикум. Навчальний посібник до виконання практичних і самостійних робіт з дисципліни (для студентів спеціальності 124 Системний аналіз всіх форм навчання) / О.А. Дмитрієва. - К.: НТУУ "КПІ ім. І. Сікорського", 2023 р. - 110 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/62364>

4. Волонтир Л.О. Чисельні методи: Навчальний посібник. / Л.О. Волонтир, О.В.Зелінська, Н.А. Потапова. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с.

5. Андруник В.А., Висоцька В.А, Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В. Чисельні методи в комп'ютерних науках навчальний посібник Том 2 – Львів: «Науковий світ – 2000», 2017. – 485 с.

6. Garfinkel A. Modeling Life. The Mathematics of Biological Systems/ A. Garfinkel, J. Shevtsov, Y. Guo. - Springer International Publishing, 2017. – 446 p. (Вільний доступ в Інтернет <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-319-59731-7.pdf?pdf=button> )

7. Дмитрієва О.А. Числові методи моделювання динамічних об'єктів в мультипроцесорних системах/ О.А. Дмитрієва, Н.Г. Гуськова, Є.О. Башков, І.А. Назарова: монографія. – Покровськ: ДВНЗ «ДонНТУ», 2020. – 268 с.

8. Методичні вказівки до виконання лабораторних і самостійних робіт з дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 1» (для студентів спеціальностей 122 Комп'ютерні науки, 124 Системний аналіз всіх форм навчання) / укладач: проф. Дмитрієва О.А. - 2024 р. - 110 с. (Розміщено у навчальних матеріалах для студентів).

#### *Додаткові джерела*

9. Butcher J. C. Numerical methods for ordinary differential equations / J. C. Butcher. – John Wiley & Sons, Ltd, 2016. – 514 p. (Вільний доступ в Інтернет <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781119121534>)

10. Дмитрієва О.А. Паралельні чисельні методи моделювання динамічних об'єктів О.А. Дмитрієва. – Харків: «Ноулідж», 2014. – 336 с.

11. Дмитрієва О. А. Паралельне моделювання динамічних об'єктів зі сконцентрованими параметрами / О.А. Дмитрієва. – Покровськ: ДВНЗ «ДонНТУ», 2016. – 384 с.

12. Hairer E. Geometric Numerical Integration / E. Hairer, C. Lubich, G. Wanner. – Berlin: Springer Verlag, 2006. – 644 p. -ISBN 978-3-540-30666-5.

13. Dmitrieva O. Parallel Step Control. Development of parallel algorithms of the step variation for simulation of stiff dynamic systems/ O. Dmitrieva, L. Feldman. – Lambert Academic Publishing, 2013. – 72 p.

14. Dmitrieva O. Parallel Algorithms of Simulation. Increase of simulation of dynamic objects with the lumped parameters into parallel computer systems / O. Dmitrieva, A. Firsova. – Lambert Academic Publishing, 2012. – 192 p.

15. Задачин В. М. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х. : Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.

16. Jantschi L. Numerical Methods/ L. Jantschi, D. Rosca. – MDPI, 2020. – 184 p. <https://doi.org/10.3390/books978-3-03943-319-3>.

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

#### Лабораторні заняття (комп'ютерний практикум)

| № п/п | Назва лабораторної роботи (комп'ютерного практикуму)   | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1     | Обчислення власних значень і власних векторів матриць. Методи характеристичного рівняння матриці, QR-декомпозиція. | 2               |
| 2     | Чисельні методи диференціювання та інтегрування функцій. Правило Рунге. Екстраполяція Річардсона.                  | 4               |
| 3     | Одно- та багатокрокові явні методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.                  | 4               |
| 4     | Чисельні методи розв'язання крайових завдань для звичайних диференціальних рівнянь                                 | 4               |
| 5     | Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь з частинними похідними   | 4               |
|       | Всього лабораторних занять   | 18              |

### 6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

*Самостійна робота.* Робочим навчальним планом освітньої програми «Системи штучного інтелекту» на самостійну роботу передбачено 36 годин. Самостійна робота включає такі активності, як підготовка до лекційних та лабораторних занять, ознайомлення з порядком виконання та змістом лабораторних робіт, формування звітів, підготовка до захисту лабораторних робіт, підготовка до написання контрольної роботи з дисципліни.

*Контрольна робота.* Робочим навчальним планом передбачено виконання контрольної роботи, яка містить завдання за основними розділами дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 2».

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Студенти повинні відвідувати всі заняття, які проводяться за розкладом (у контактній або дистанційній формах). Викладач може фіксувати присутність студентів на заняттях. Відвідування консультаційних занять з дисципліни не є обов'язковим.

Під час проведення лекційних занять студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій, приймати активну участь у обговоренні проблемних ситуацій, відповідати на запитання, поставлені викладачем. Перед проведенням лабораторних робіт студенти повинні підготувати (засвоїти) теоретичний лекційний матеріал за відповідною темою, визначити або згенерувати (якщо це



передбачено) індивідуальний варіант (варіанти) завдання. При виконанні лабораторної роботи дозволяється використовувати стандартні пакети прикладних програм або математичні середовища. При цьому неприпустимим є використання таких пакетів або середовищ, які захищені правом інтелектуальної власності. Рекомендується використовувати демонстраційні версії або хмарні додатки, наприклад, Mathematica Wolfram Cloud. Також студенти можуть писати власний програмний код (що рекомендується) або виконувати розрахунки вручну (що не рекомендується, але дозволяється). Після виконання завдань, передбачених в лабораторній роботі, студенти повинні провести аналіз отриманих результатів, сформулювати звіт у відповідності до висунутих вимог, підготуватися до доповіді про отримані результати, сформулювати висновки.

## **8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)**

Поточний контроль проводиться при захисті лабораторних робіт. Оцінюється теоретична підготовка (обізнаність щодо застосованих чисельних методів, вимог до збіжності, обрання початкових наближень, визначення алгоритмічної складності, трудомісткості реалізації тощо), а також володіння практичними навичками (обґрунтованість використання математичного середовища, мови програмування, засобів візуалізації та інш.). Бали нараховуються за виконання роботи та її захист. Система рейтингових (вагових) балів при виконанні поточного контролю наведена у табл. 8.1. За несвоєчасне подання та захист лабораторної роботи без поважної причини нараховується:

- 1 бал за запізнення до одного тижня,
- 2 бали, якщо запізнення більше одного тижня.

На початку семестру проводиться вхідний контроль щодо остаточних знань студента, які було отримано в курсі «Обчислювальна математика. Частина 1». Наприкінці семестру, після вивчення розділів 1-5, проводиться контрольна робота.

Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль – залік. Схему функціонування рейтингової системи оцінювання з дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 2» із семестровим контролем у формі заліку (для очної форми навчання) див. у Додатку Б (п. Б.1) «Положення про систему оцінювання результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського» (Затверджено та уведено в дію наказом № 1/273 від 14.09.2020 р., зі змінами, внесеними наказом № НОН/131/2022 від 03.05.2022 р.).

Положенням про рейтингову систему оцінювання передбачено нараховування заохочувальних балів. Такі заохочувальні бали з дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 2» студенти можуть отримати за вдале проходження

вхідного контролю. Вхідний контроль проводиться у вигляді тестового опитування. Максимальна кількість заохочувальних балів – 5, які додаються до поточної рейтингової оцінки. Студенти, які виконали всі умови допуску до заліку та мають рейтингову оцінку 60 і більше балів (див. табл. 8.1), отримують відповідну до набраного рейтингу (див. табл. 8.2) оцінку.

Таблиця 8.1. Система рейтингових (вагових) балів та критеріїв оцінювання

| Категорія оцінювання | Мінімальна оцінка в балах | Максимальна оцінка в балах |
|----------------------|---------------------------|----------------------------|
| Лабораторна робота 1 | 9                         | 15                         |
| Лабораторна робота 2 | 9                         | 15                         |
| Лабораторна робота 3 | 9                         | 15                         |
| Лабораторна робота 4 | 9                         | 15                         |
| Лабораторна робота 5 | 9                         | 15                         |
| Контрольна робота    | 15                        | 25                         |

Таблиця 8.2. Відповідність рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

| Загальна сума балів      | Оцінка       |
|--------------------------|--------------|
| 100...95                 | Відмінно     |
| 94...85                  | Дуже добре   |
| 84...75                  | Добре        |
| 74...65                  | Задовільно   |
| 64...60                  | Достатньо    |
| Менше 60                 | Незадовільно |
| Не виконано мови допуску | Не допущено  |

## 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Отримання студентом сертифікатів про проходження дистанційних чи онлайн курсів за тематикою зараховується як максимальна кількість балів за відповідною лабораторною/лабораторними роботою/роботами.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус) склав(склала):  
д.т.н., професор кафедри математичних методів системного аналізу  
Ольга ДМИТРИЄВА

Ухвалено на засіданні кафедри ММСА, протокол № 13 від 05.06.2024 р.

Погоджено на засіданні методичної комісії ННПСА,  
протокол № 10 від 24.06.2024 р.