



ОБЧИСЛЮВАЛЬНА МАТЕМАТИКА. ЧАСТИНА 1. РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ ТА СИСТЕМ, НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ

Реквізити навчальної дисципліни (Силабус)

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	12 Інформаційні технології
Спеціальність	122 Комп'ютерні науки
Освітня програма	Системи і методи штучного інтелекту
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	очна (денна)/ дистанційна
Рік підготовки, семестр	2 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	4,5 кредити ЄКТС
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен, МКР
Розклад занять	
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: д.т.н., проф. Дмитрієва О.А. dmytriyeva.olga@iit.kpi.ua https://orcid.org/0000-0001-8921-8433 Лабораторні заняття: к.т.н., доц. Шахновський А. М.
Розміщення курсу	https://classroom.google.com/c/NzAxNzUzODU2Mjg5?cjc=3mhjlvu

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Основним завданням дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 1» окрім формування загальних компетентностей, таких, як здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, застосування знань у практичних ситуаціях, здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, є формування спеціальних фахових компетентностей. Серед таких здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних завдань у галузі комп'ютерних наук, їх аналіз та інтерпретування. Засоби обчислювальної математики дозволяють використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й

алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач.

Метою викладання навчальної дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 1» є формування поглибленої системи теоретичних знань і практичних навичок з оцінювання та обґрунтування підходів щодо застосування і програмної реалізації ефективних сучасних методів чисельного розв'язання (в тому числі і орієнтованих на паралельну реалізацію з урахуванням топології обчислювального поля) в завданнях, спрямованих на моделювання, проектування, розробку та супровід інформаційних технологій, технічних, природничих, соціально-економічних та інтелектуальних систем.

Предметом дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 1» є чисельні методи розв'язання, орієнтовані на ефективну реалізацію в обчислювальних системах, в тому числі і з паралельною архітектурою.

Успішне опанування дисципліною «Обчислювальна математика. Частина 1» дозволяє сформувати у майбутніх фахівців як загальні компетентності, визначені в Освітньо-професійній програмі «Системи і методи штучного інтелекту» першого рівня вищої освіти за спеціальністю 122 Комп'ютерні науки, серед яких:

ЗК1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

ЗК2 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях

ЗК3 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності

ЗК6 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями

ЗК7 Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел

ЗК8 Здатність генерувати нові ідеї (креативність)

ЗК9 Здатність працювати в команді

ЗК11 Здатність приймати обґрунтовані рішення

ЗК12 Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт, так і фахові компетентності, а саме:

ФК1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.

ФК3 Здатність до логічного мислення, побудови логічних висновків, використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, проектування, розроблення й аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності, розв'язності та нерозв'язності алгоритмічних проблем для адекватного моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем.

ФК4 Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач.

ФК7 Здатність застосовувати теоретичні та практичні основи методології та технології моделювання для дослідження характеристик і поведінки складних об'єктів і систем, проводити обчислювальні експерименти з обробкою й аналізом результатів.

ФК12 Здатність забезпечити організацію обчислювальних процесів в інформаційних системах різного призначення з урахуванням архітектури, конфігурування, показників результативності функціонування операційних систем і системного програмного забезпечення.

В якості програмних результатів навчання слід відзначити, що студенти будуть:

ПР1 Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук.

ПР5 Проектувати, розробляти та аналізувати алгоритми розв'язання обчислювальних та логічних задач, оцінювати ефективність та складність алгоритмів на основі застосування формальних моделей алгоритмів та обчислюваних функцій.

ПР6 Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів.

ПР9 Розробляти програмні моделі предметних середовищ, вибирати парадигму програмування з позицій зручності та якості застосування для реалізації методів та алгоритмів розв'язання задач в галузі комп'ютерних наук.

ПР16 Виконувати паралельні та розподілені обчислення, застосовувати чисельні методи та алгоритми для паралельних структур, мови паралельного програмування при розробці та експлуатації паралельного та розподіленого програмного забезпечення.

Внаслідок вивчення курсу студенти повинні знати:

1. Програмні застосунки для підтримки обчислювальних процесів і візуалізації результатів.
2. Основні підходи до визначення алгоритмічної (часової та ємнісної) складності завдань, що розв'язуються.
3. Види похибок, що виникають при реалізації обчислювальних процесів.

4. Прямі та ітераційні чисельні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Підходи щодо оцінювання і забезпечення збіжності ітераційних процесів.

5. Основні етапи чисельного розв'язання нелінійних рівнянь та їх систем. Відокремлення та уточнення коренів.

6. Чисельні методи інтерполяції функцій. Основні методи поліноміальної інтерполяції, в тому числі з кратними вузлами, інтерполяцію сплайнами.

7. Наближення функцій.

Внаслідок вивчення курсу студенти повинні вміти:

1. Розв'язувати прикладні математичні завдання шляхом створення власних або використання вбудованих програмних застосунків з визначенням та обґрунтуванням оптимальних показників трудомісткості за часом та ресурсами пам'яті.

2. Виконувати дії з наближеними числами. Оцінювати впливовість неусувних похибок на отримані результати.

3. Перетворювати початкові системи рівнянь та/або визначати релаксаційні параметри для забезпечення збіжності ітераційних процесів при чисельному розв'язанні СЛАР. Задіювати підходи щодо уточнення отриманих результатів.

4. Візуалізувати поведінку нелінійних функцій з метою ізоляції коренів. Оцінювати і застосовувати вимоги щодо збіжності ітераційних процесів.

5. Обґрунтовувати вибір початкового наближення/наближень та використання ітераційних методів уточнення коренів нелінійних рівнянь.

6. Розповсюджувати методи пошуку коренів нелінійних рівнянь на системи таких рівнянь з оцінюванням збіжності і трудомісткості реалізації.

7. Розв'язувати прямі і обернені завдання інтерполяції. Будувати інтерполяційні багаточлени з урахуванням розташування вузлів для відновлення значень сіткових функцій.

8. Будувати сіткові функції з урахуванням рекомендацій щодо оптимального розташування вузлів інтерполяції.

9. Оцінювати похибки інтерполяційних багаточленів та впливати на їх скорочення.

10. Виконувати сплайн-інтерполяцію функцій, інтерполяцію з кратними вузлами, в тому числі з похідними старших порядків.

11. Здійснювати наближення функцій методом найменших квадратів. Оцінювати якість наближення.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Навчальна дисципліна «Обчислювальна математика. Частина 1» викладається в третьому семестрі і спирається на теоретичні знання і практичні навички студентів, які вони отримали при вивченні дисциплін «Математичний аналіз», «Алгебра та аналітична геометрія», «Лінійна алгебра», «Алгоритмізація та програмування», «Математична логіка та теорія алгоритмів». Одночасно з дисципліною «Обчислювальна математика. Частина 1» студенти вивчають дисципліну «Проектування та аналіз обчислювальних алгоритмів», що дає змогу поряд із використанням можливостей хмарних обчислювальних середовищ будувати власні програмні додатки, проводити порівняльний аналіз отриманих результатів за точністю, трудомісткістю, можливістю візуалізації тощо. Отримані знання виступають підґрунтям для вдалого подальшого опанування таких дисциплін, як «Моделювання систем», «Дослідження операцій», «Теорія прийняття рішень», «Технології розподілених систем і паралельних обчислень», «Основи системного аналізу», а також при проходженні переддипломної практики та при підготовці випускної кваліфікаційної роботи.

3. Зміст навчальної дисципліни

Кредитний модуль включає теми, подані нижче.

Вступ

Сучасні напрямки та перспективи розвитку дисципліни. Програмні застосунки для підтримки ефективної числової реалізації і візуалізації результатів.

Розділ 1. Проблеми числової реалізації та похибки розрахунків

Тема 1.1. Види похибок. Джерела виникнення. Підходи до обчислення похибок. Застосування вбудованих функцій математичних середовищ при оцінюванні похибок.

Тема 1.2. Підходи до оцінювання складності алгоритмів. Прискорення процесу обчислень.

Розділ 2. Лінійний аналіз

Тема 2.1. Точні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи виключення Гауса, оберненої матриці, Крамера, LU-розкладання.

Тема 2.2. Розв'язання СЛАР з особливими матрицями, методи прогону. Симетризація матриць. Оцінки трудомісткості.

Тема 2.3. Ітераційні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи Якобі, Зейделя, релаксації. Умови збіжності, оцінки трудомісткості числової реалізації систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Тема 2.4. Особливості розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь великої розмірності.

Розділ 3. Нелінійний аналіз

Тема 3.1. Вибір інтервалів ізоляції і уточнення коренів. Метод половинного ділення, умови застосування, трудомісткість.

Тема 3.2. Обґрунтування вибору початкового наближення і перетворення початкової функції для методів простої ітерації, релаксацій. Обрання релаксаційного параметру. Виконання умов збіжності.

Тема 3.3. Прискорення обчислень. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь методами Ньютона, хорд, січних, комбінованим. Умови збіжності, оцінки трудомісткості.

Тема 3.4. Чисельні методи розв'язання систем нелінійних рівнянь. Методи простої ітерації, Ньютона. Умови збіжності, оцінки трудомісткості.

Розділ 4. Інтерполяція і наближення функцій

Тема 4.1. Математична постановка завдань інтерполяції і наближення функцій. Інтерполяційний багаточлен Лагранжа. Оцінювання похибки інтерполяційного багаточлена Лагранжа.

Тема 4.2. Інтерполяційні багаточлени Ньютона, Гаусса, Стірлінга. Інтерполяційні багаточлени з похідними високих порядків, багаточлени Ерміта.

Тема 4.3. Ортогональні багаточлени Лежандра і Чебишова. Чебишовське розташування вузлів. Оцінювання похибок інтерполяції.

Тема 4.4. Інтерполяція сплайнами.

Тема 4.5. Наближення функцій. Метод найменших квадратів.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базові джерела

1. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи – К.: Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с. (*Бібліотека НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського»*)

2. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи. Лабораторний практикум – К: Видавнича група ВНУ, 2009. – 320 с. (*Бібліотека НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського», розміщено у навчальних матеріалах для студентів*)

3. Дмитрієва О.А. Спеціальні розділи обчислювальної математики. Комп'ютерний практикум. Навчальний посібник до виконання практичних і самостійних робіт з дисципліни (для студентів спеціальності 124 Системний аналіз всіх форм навчання) / О.А. Дмитрієва. - К.: НТУУ "КПІ ім. І. Сікорського", 2023 р. - 110 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/62364>

4. Волонтир Л.О. Чисельні методи: Навчальний посібник. / Л.О. Волонтир, О.В.Зелінська, Н.А. Потапова. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с.

5. Андруник В.А., Висоцька В.А, Пасічник В.В., Чирун Л.Б., Чирун Л.В. Чисельні методи в комп'ютерних науках навчальний посібник Том 2 – Львів: «Науковий світ – 2000», 2017. – 485 с.
6. Garfinkel A. Modeling Life. The Mathematics of Biological Systems/ A. Garfinkel, J. Shevtsov, Y. Guo. - Springer International Publishing, 2017. – 446 p. (Вільний доступ в Інтернет <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-319-59731-7.pdf?pdf=button>)
7. Дмитрієва О.А. Числові методи моделювання динамічних об'єктів в мультипроцесорних системах/ О.А. Дмитрієва, Н.Г. Гуськова, Є.О. Башков, І.А. Назарова: монографія. – Покровськ: ДВНЗ «ДонНТУ», 2020. – 268 с.
8. Методичні вказівки до виконання лабораторних і самостійних робіт з дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 1» (для студентів спеціальностей 122 Комп'ютерні науки, 124 Системний аналіз всіх форм навчання) / укладач: проф. Дмитрієва О.А. - 2024 р. - 110 с. (Розміщено у навчальних матеріалах для студентів).

Додаткові джерела

9. Butcher J. C. Numerical methods for ordinary differential equations / J. C. Butcher. – John Wiley & Sons, Ltd, 2016. – 514 p. (Вільний доступ в Інтернет <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781119121534>)
10. Дмитрієва О.А. Паралельні чисельні методи моделювання динамічних об'єктів О.А. Дмитрієва. – Харків: «Ноулідж», 2014. – 336 с.
11. Дмитрієва О. А. Паралельне моделювання динамічних об'єктів зі сконцентрованими параметрами / О.А. Дмитрієва. – Покровськ: ДВНЗ «ДонНТУ», 2016. – 384 с.
12. Hairer E. Geometric Numerical Integration / E. Hairer, C. Lubich, G. Wanner. – Berlin: Springer Verlag, 2006. – 644 p. -ISBN 978-3-540-30666-5.
13. Dmitrieva O. Parallel Step Control. Development of parallel algorithms of the step variation for simulation of stiff dynamic systems/ O. Dmitrieva, L. Feldman. – Lambert Academic Publishing, 2013. – 72 p.
14. Dmitrieva O. Parallel Algorithms of Simulation. Increase of simulation of dynamic objects with the lumped parameters into parallel computer systems / O. Dmitrieva, A. Firsova. – Lambert Academic Publishing, 2012. – 192 p.
15. Задачин В. М. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х. : Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.
16. Jantschi L. Numerical Methods/ L. Jantschi, D. Rosca. – MDPI, 2020. – 184 p. <https://doi.org/10.3390/books978-3-03943-319-3>.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лабораторні заняття (комп'ютерний практикум)

№ п/п	Назва лабораторної роботи (комп'ютерного практикуму)	Кількість годин
1	Похибки числових розрахунків. Прискорення процесу обчислень	6
2	Числові методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь	8
3	Числові методи розв'язання нелінійних алгебраїчних рівнянь	8
4	Інтерполяція функцій. Інтерполяційні багаточлени Лагранжа, Ньютона, Гаусса. Оцінювання похибок інтерполяції.	8
5	Сплайн-інтерполяція та наближення функцій методом найменших квадратів.	6
	Всього лабораторних занять	36

6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Самостійна робота. Робочим навчальним планом освітньої програми «Системи штучного інтелекту» на самостійну роботу передбачено 63 години. Самостійна робота включає такі активності, як підготовка до лекційних та лабораторних занять, ознайомлення з порядком виконання та змістом лабораторних робіт, формування звітів, підготовка до захисту лабораторних робіт, підготовка до написання контрольної роботи з дисципліни.

Контрольна робота. Робочим навчальним планом передбачено виконання контрольної роботи, яка містить завдання за основними розділами 1-4 дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 1».

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Студенти повинні відвідувати всі заняття, які проводяться за розкладом (у контактній або дистанційній формах). Викладач може фіксувати присутність студентів на заняттях. Відвідування консультаційних занять з дисципліни не є обов'язковим.

Під час проведення лекційних занять студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій, приймати активну участь у обговоренні проблемних ситуацій, відповідати на запитання, поставлені викладачем.

Перед проведенням лабораторних робіт студенти повинні підготувати (засвоїти) теоретичний лекційний матеріал за відповідною темою, визначити або згенерувати (якщо це передбачено) індивідуальний варіант (варіанти) завдання. При виконанні лабораторної роботи дозволяється використовувати стандартні

пакети прикладних програм або математичні середовища. При цьому неприпустимим є використання таких пакетів або середовищ, які захищені правом інтелектуальної власності. Рекомендується використовувати демонстраційні версії або хмарні додатки, що вільно розповсюджуються, наприклад, Mathematica Wolfram Cloud. Також студенти можуть писати власний програмний код (що рекомендується) або виконувати розрахунки вручну (що не рекомендується, але дозволяється). Після виконання завдань, передбачених в лабораторній роботі, студенти повинні провести аналіз отриманих результатів, сформулювати звіт у відповідності до висунутих вимог, підготуватися до доповіді про отримані результати, сформулювати висновки.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль проводиться при захисті лабораторних робіт. Оцінюється теоретична підготовка (обізнаність щодо застосованих чисельних методів, вимог до збіжності, обрання початкових наближень, визначення алгоритмічної складності, трудомісткості реалізації тощо), а також володіння практичними навичками (обґрунтованість використання математичного середовища, мови програмування, засобів візуалізації та інш.). Бали нараховуються за виконання роботи та її захист. Система рейтингових (вагових) балів при виконанні поточного контролю наведена у табл. 8.1. За несвоєчасне подання та захист лабораторної роботи без поважної причини нараховується:

- 1 бал за запізнення до одного тижня,
- 2 бали, якщо запізнення більше одного тижня.

Наприкінці семестру, після вивчення розділів 1-4, проводиться контрольна робота. Календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль проводиться у формі екзамену. Схему функціонування рейтингової системи оцінювання з дисципліни «Обчислювальна математика. Частина 1» із семестровим контролем у формі екзамену (для очної форми навчання) див. у Додатку Б (п. Б.1) «Положення про систему оцінювання результатів навчання в КПІ ім. Ігоря Сікорського» (Затверджено та уведено в дію наказом № 1/273 від 14.09.2020 р., зі змінами, внесеними наказом № НОН/131/2022 від 03.05.2022 р.).

Умовами допуску до семестрового контролю є зарахування всіх лабораторних робіт (систему вагових балів наведено в табл. 8.1), отримання не менше 6 балів за контрольну роботу, загальний семестровий рейтинг перед написанням екзаменаційної роботи повинен складати не менше 30 балів.

Відповідність рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою наведено у табл. 8.2.

Таблиця 8.1. Система рейтингових (вагових) балів та критеріїв оцінювання

Категорія оцінювання	Мінімальна оцінка в балах	Максимальна оцінка в балах
Лабораторна робота 1	5	8
Лабораторна робота 2	5	8
Лабораторна робота 3	5	8
Лабораторна робота 4	5	8
Лабораторна робота 5	5	8
Контрольна робота	6	10
Екзамен	30	50

Таблиця 8.2. Відповідність рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

Загальна сума балів	Оцінка
100...95	Відмінно
94...85	Дуже добре
84...75	Добре
74...65	Задовільно
64...60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконано умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Отримання студентом сертифікатів про проходження дистанційних чи онлайн курсів за тематикою зараховується як максимальна кількість балів за відповідною лабораторною/лабораторними роботою/роботами.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус) склав(склала):
д.т.н., професор кафедри математичних методів системного аналізу
Ольга ДМИТРИЄВА

Ухвалено на засіданні кафедри ММСА,

протокол № 13 від 05.06.2024 р.

Погоджено на засіданні методичної комісії ННПСА,

протокол № 10 від 24.06.2024 р.