Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»

Кафедра загальної фізики

ОСНОВИ ФІЗИКИ

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни	
Рівень вищої освіти	**Перший (бакалаврський)**
Галузь знань	12 Інформаційні технології
Спеціальність	122 Комп'ютерні науки
Освітня програма	Інтелектуальні сервіс-орієнтовані розподілені обчислювання, Системи і методи штучного інтелекту
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Очна (денна)
Рік підготовки, семестр	1 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	150 годин/ 5 кредити (денна: 36 годин – лекції, 18 годин – практичні, 18 годин – лабораторні, 78 годин – самостійна робота)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/ МКР, РГР
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Професор, д.ф.-м.н. Калита Віктор Михайлович vmkalita@ukr.net
Розміщення курсу	https://campus.kpi.ua https://do.ipo.kpi.ua

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Опис дисципліни. Під час навчання студенти отримають теоретичну підготовку в області фізики, набудуть навичок правильного розуміння меж застосування фізичних понять, законів та теорій, що дозволить у майбутньому орієнтуватись в потоці наукової і технічної інформації. Студенти опанують використання методів диференціального та інтегрального числення методів аналітичної геометрії та лінійної алгебри для опису фізичних явищ. На практичних заняттях навчаються розв'язувати практичні задачі, зокрема застосовувати математичний апарат для вирішення певних фізичних задач. На лабораторних заняттях студенти оволодіють навичками роботи з електричними приладами, апаратурою, вимірювальною технікою та обробкою даних. Передбачено контроль якості отриманих знань у вигляді модульної контрольної роботи.

Предмет навчальної дисципліни: фундаментальні закономірності руху матерії, її будова, властивості та взаємодія.

Мета навчальної дисципліни. Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей застосовувати основні принципи і закони класичної та сучасної фізики, оперувати фундаментальними фізичними поняттями та законами при вирішенні певних фізичних задач, набути навичок системного мислення та системного підходу при вивченні фізичних законів та фізичних моделей, оволодіти базовим матеріалом для подальшого вивчення дисциплін циклу професійно-практичної підготовки.

Основні завдання навчальної дисципліни

Знання:

- змісту основних законів руху в механіці;
- змісту основних законів збереження в механіці;
- основних законів стаціонарного електричного струму;
- основних рівнянь електромагнітного поля та їх загального змісту;

Уміння:

- застосовувати закони механіки в їх сучасному формулюванні для аналізу найпростіших механічних систем;
- кількісно аналізувати фізичні явища, тобто розв'язувати задачі;
- розраховувати поля простих конфігурацій зарядів і струмів;
- розраховувати прості кола постійного струму;
- застосовувати математичний апарат для вирішення певних фізичних задач;

Досвід:

- отримати розуміння концепцій та понять сучасної фізики й здатність до формування наукової картини світу;
- отримати здатність самостійно добувати знання, використовуючи сучасні освітні та інформаційні технології;
- правильно використовувати загальнонаукову та спеціальну термінологію.

Програмні результати навчання:

Компетентності:

ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;

ЗК6. Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями.

ФК20. Здатність застосовувати теоретичний та експериментальний базис сучасної фізики для розв’язування прикладних задач в галузі комп’ютерних наук.

ПРН1. Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук;

ПРН21. Розуміти сутність фізичних явищ і процесів як бази для чисельних розрахунків та комп’ютерного моделювання

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Міждисциплінарні зв’язки. Дисципліна Основи фізики є логічним продовженням та поглибленням курсу елементарної фізики, що вивчався у загальноосвітніх навчальних закладах та має тісний зв’язок з такими математичними дисциплінами: математичний аналіз, алгебра та аналітична геометрія, лінійна алгебра, основи системного аналізу, моделювання систем.

Пререквізити: мати базові знання зі шкільного курсу фізики, знання основ інтегрального та диференціального числення.

Постреквізити: знання, отримані студентами з курсу «Основи фізики», використовуються в курсах «Основи системного аналізу», «Моделювання систем», «Фізика коливально-хвильових процесів», та ін.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Фізичні основи механіки

Тема1. Кінематика
Тема 1.1. Основи динаміки
Тема 1.2. Динаміка обертального руху
Тема 1.3. Закони збереження
Тема 1.4. Неінерціальні системи відліку
Тема 1.5. Основи спец. теорії відносності

Розділ 2. Електростатика. Електромагнетизм

Тема 2.1. Електричне поле зарядів у вакуумі
Тема 2.2. Електричне поле в речовині
Тема 2.3. Постійний електричний струм
Тема 2.4. Магнітне поле
Тема 2.5. Індукційні явища

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. О.В Дімарова, В.М. Калита, В.М. Локтєв. Загальна Фізика. Механіка. Модульне навчання. – К.: НТУУ «КПІ», 2019.
2. В.М. Калита, О.В. Дімарова, С.О. Решетняк. Загальна фізика. Електродинаміка. Модульне навчання. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 144 с. https://ela.kpi.ua/handle/123456789/42683
3. Задачі із загальної фізики. Розділ «Механіка». Уклад.: В. П. Бригінець, О. О. Гусєва, О. В. Дімарова та ін. – К.: НТУУ «КПІ», 2019.
4. Задачі із загальної фізики. Розділ «Електрика і магнетизм». Уклад.: В. П. Бригінець, О. О. Гусєва, О. В. Дімарова та ін. – К.: НТУУ «КПІ», 2019.

Допоміжна література

5. І.М. Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик. Загальний курс фізики. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка – К: Техніка, 1999.
6. І.М. Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик. Загальний курс фізики. Електрика і магнетизм – К: Техніка, 2001.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Навчальна частина дисципліни складена з лекційного матеріалу, практичних занять, лабораторних занять та контрольних заходів у вигляді МКР. При викладанні дисципліни рекомендується побудувати ознайомлення студентів з предметом таким чином, щоб вони не тільки отримували ту чи іншу інформацію стосовно курсу, який вивчається, але й відчували зв’язок між різними темами кредитного модуля, а також місце модуля серед інших фізичних дисциплін.
Загальний методичний підхід до викладання навчальної дисципліни визначається як комунікативно-когнітивний та професійно-орієнтований, згідно з яким у центрі освітнього процесу знаходиться студент – суб’єкт навчання і майбутній фахівець.

Лекційні заняття

Лекція 1. Предмет механіка. Системи відліку. Радіус-вектор. Матеріальна точка. Траєкторія. Переміщення. Швидкість. Визначення переміщення через швидкість. Шлях. Середня швидкість. Прискорення тіла. Визначення швидкості через прискорення. Нормальне і тангенціальне прискорення.

Лекція 2. Кінематика обертального руху. Рух матеріальної точки по колу. Кутове переміщення. Кутова швидкість. Кутове прискорення. Нормальне (доцентрове) прискорення. Тангенціальне прискорення.

Лекція 3. Перший закон Ньютона. Маса. Сила. Другий закон Ньютона. Додавання сил. Третій закон Ньютона. Принцип відносності Галілея. Центр мас системи тіл. Рух тіла в однорідному силовому полі. Рух тіла під дією в’язкого тертя.

Лекція 4. Швидкість тіла при обертальному русі. Рівняння руху центру мас твердого тіла. Рівняння обертального руху тіла (загальний вигляд). Момент сили. Момент імпульсу.

Лекція 5. Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла. Момент інерції. Прецесія гіроскопу. Скочування циліндра з похилої площини.

Лекція 6. Інтеграли руху. Імпульс. Закон збереження імпульсу. Реактивний рух. Закон збереження моменту імпульсу. Механічна робота. Потужність.

Лекція 7. Кінетична енергія точкового тіла. Кінетична енергія обертального руху твердого тіла. Потенціальна енергія. Зв'язок між потенціальною енергією і силою. Закон збереження механічної енергії. Границі руху. Збереження енергії при коченні циліндра по похилій площині..

Лекція 8. Сила інерції при поступальному русі неінерціальної системи відліку. Вага тіла, принцип еквівалентності. Відцентрова сила інерції. Сила Коріоліса.

Лекція 9. Експеримент Майкельсона. Принцип відносності Ейнштейна. Інтервал. Перетворення Лоренца. Скорочення довжини стрижня. Уповільнення часу. Перетворення швидкості. Залежність маси від швидкості. Релятивістський Імпульс. Основне рівняння динаміки релятивістської механіки. Зв’язок між енергією та масою.

Лекція 10. Електричний заряд. Закон збереження заряду. Закон Кулона. Електричне поле, напруженість електричного поля. Принцип суперпозиції для електричного поля. Розрахунок електричних полів. Робота електричного поля. Потенціал. Зв'язок між потенціалом і напруженістю електричного поля.

Лекція 11. Потік вектора напруженості електричного поля. Теорема Гауса для вектора напруженості електричного поля в інтегральній формі. Теорема Гауса для вектора напруженості електричного поля в диференціальній формі. Рівняння Пуассона. Приклади розрахунку електричних полів з використанням теореми Гауса.

Лекція 12. Діелектрики. Електричний диполь. Вектор поляризації. Зв'язок між поляризацією і зв’язаними зарядами. Вектор електричної індукції $\vec{D}$. Діелектрична проникність. Сегнетоелектрики.

Лекція 13. Провідники в електричному полі. Електроємність віддаленого провідника. Енергія електричного поля зарядженого провідника. Конденсатори. Густина енергії електричного поля.

Лекція 14. Електричний струм, сила струму, густина струму. Рівняння неперервності для струму.Закон Ома та закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі. Сторонні сили, електрорушійна сила (ЕРС). Закон Ома для довільної ділянки кола.

Лекція 15. Магнітне поле, закон Ампера. Магнітне поле рухомого заряду. Закон Біо-Савара-Лапласа. Сила Лоренца. Сила Ампера. Закон повного струму. Закон повного струму в диференціальній формі. Теорема Гауса для вектора індукції магнітного поля. Магнітне поле соленоїда. Сила та моменти сили, що діють на замкнений провідник з струмом, розташований в магнітному полі.

Лекція 16. Речовини в магнітному полі. Магнітний момент витка зі струмом. Намагніченість. Напруженість магнітного поля. Магнітна проникність, магнітна сприйнятливість.

Лекція 17. Явище електромагнітної індукції. Правило Ленца. Закон Фарадея. Вихрове електричне поле. Закон Фарадея в диференціальній формі. Явище самоіндукції. Індуктивність. Густина енергії магнітного поля.

Лекція 18. Явище магнітоелектричної індукції, гіпотеза Максвела. Струм зміщення. Закон повного струму. Рівняння Максвелла в інтегральній формі. Рівняння Максвела в диференціальній формі. Рівняння Максвела за відсутності джерел і для випадку стаціонарних полів.

Практичні заняття

№1. Кінематика матеріальної точки. Основні поняття, величини та рівняння кінематики і динаміки точки. Обертовий рух твердого тіла.

№2. Момент імпульсу, момент сили та момент інерції. Рівняння динаміки обертального руху твердого тіла.

№3. Рівняння зміни імпульсу системи. Закон збереження імпульсу та моменту імпульсу. Положення та рух центра мас системи. Робота та потужність сили. Кінетична та потенціальна енергія.

№4. Модульна контрольна робота з розділу Механіка

№5. Розрахунок напруженості й потенціалу електричного поля дискретних і неперервних розподілів заряду за допомогою принципу суперпозиції та через зв’язок між напруженістю та потенціалом. Обчислення сферично-, циліндрично- та плоскосиметричних електричних полів за допомогою теореми Гаусса. Видача розрахункової роботи з теми 2.1.

№6. Електричне поле в діелектриках. Провідники в електричному полі. Конденсатори. Енергія електричного поля.

№7. Характеристики та закони електричного струму. Розрахунок електричних кіл постійного струму. Робота струму.

№8. Обчислення магнітних полів струмів за допомогою закону Біо-Савара та теореми про циркуляцію. Визначення сили Ампера, що діє в магнітному полі на струми різної конфігурації.

№9. Модульна контрольна робота з розділу Електромагнетизм

Лабораторні заняття (комп’ютерний практикум)

№ з/п	Назва лабораторної роботи (комп’ютерного практикуму)
1	*Вимірювання фізичної величини та обробка отриманих результатів*
2	*Дослідження динаміки найпростіших систем за допомогою машини Атвуда*
3	*Визначення моментів інерції тіл методом трифілярного підвісу*
4	*Дослідження обертального руху твердого тіла*

	та визначення швидкості польоту кулі за допомогою крутильного балістичного маятника
5	*Колоквіум з лабораторних занять*
6	*Вивчення електростатичного поля*
7	*Знімання кривої намагнічування і петлі гістерезису феромагнетиків у змінних магнітних полях*
8	*Вимірювання опору провідника*
9	*Колоквіум з лабораторних занять*

Індивідуальні завдання

З даного кредитного модуля заплановано індивідуальне завдання.

Основні цілі індивідуального завдання:

- чітка організація самостійної роботи студентів;
- підвищення якості засвоєння навчального матеріалу;
- вироблення початкових навичок інженерних розрахунків

Розрахункова робота: *"Електричне поле зарядів"*:

Електричний заряд розподілений по об'єму та вказаній поверхні тіла заданої форми (*а - д*) з об'ємною густиною $\rho = \rho_0 (r / R)^n$. Форма тіла:

а) куля радіуса R_2 ;

б) кульовий шар із радіусами R_1 і R_2 ;

в) нескінченний циліндр радіуса R_2 ;

г) нескінченний циліндричний шар із радіусами R_1 і R_2 ;

д) нескінченний плоский шар товщини $2d$.

Діелектричну проникність скрізь прийняти $\varepsilon = 1$ (вакуум).

Показник степеня n залежності для густини заряду студенти отримують у викладача відповідно до таблиці варіантів.

За допомогою теореми Гаусса розрахувати напруженість $\vec{E}$ (рівень 1) та потенціал φ (рівень 2) електричного поля системи в усьому просторі та побудувати графіки залежностей $\rho(r)$, $E_r(r)$, $\varphi(r)$ (для тіла *д* - $\rho(x)$, $E_x(x)$, $\varphi(x)$).

Приклад використання теореми Гауса для розрахунків в **Додатку А**.

Контрольні роботи

З кредитного модуля заплановано проведення модульної контрольної роботи (МКР), розділеної на дві частини.

При проведенні МКР студенти отримують модульні контрольні завдання, які складаються з двох теоретичних питань та двох задач: перелік питань і приклади розв'язку задач в **Додаток Б.**

МКР проводиться письмово. Результати МКР оголошуються студентам на наступному занятті.

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студента є основним засобом засвоєння навчального матеріалу у вільний від навчальних занять час і включає:

№ з/п	*Вид самостійної роботи*	*Кількість годин СРС*
1	*Підготовка до аудиторних занять*	32
2	*Виконання РГР*	10

3	*Підготовка до МКР*	6
4	*Підготовка до екзамену*	30

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Система вимог, які викладач ставить перед студентом:
- правила відвідування занять: відповідно до Наказу 1-273 від 14.09.2020 р. заборонено оцінювати присутність або відсутність здобувача на аудиторному занятті, в тому числі нараховувати заохочувальні або штрафні бали. Відповідно до РСО даної дисципліни бали нараховують за відповідні види навчальної активності на практичних заняттях.
- правила поведінки на заняттях: студент має слушно виконувати вказівки викладача щодо роботи на занятті, поводитися стримано й чемно та не заважати іншим студентам і викладачу. Використання засобів зв'язку для пошуку інформації на гугл-диску викладача, в інтернеті, в дистанційному курсі на платформі Сікорський здійснюється за умови вказівки викладача;
- політика дедлайнів та перескладань: якщо студент не проходив або не з'явився на контрольну роботу (без поважної причини), його результат оцінюється у 0 балів;
- політика щодо академічної доброчесності: Кодекс честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» https://kpi.ua/files/honorcode.pdf встановлює загальні моральні принципи, правила етичної поведінки осіб та передбачає політику академічної доброчесності для осіб, що працюють і навчаються в університеті, якими вони мають керуватись у своїй діяльності, в тому числі при вивченні та складанні контрольних заходів з дисципліни «Основи фізики»;
- при використанні цифрових засобів зв'язку з викладачем (мобільний зв'язок, електронна пошта, переписка на форумах та у соцмережах тощо) необхідно дотримуватись загальноприйнятих етичних норм, зокрема бути ввічливим та обмежувати спілкування робочим часом викладача.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Види контролю:
Поточний контроль: МКР, РГР.
Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.
Семестровий контроль: екзамен.
Умови допуску до семестрового контролю: успішне виконання РГР, всіх контрольних та лабораторних робіт, семестровий рейтинг не менше 30 балів.
На першому занятті студенти ознайомлюються з рейтинговою системою оцінювання (РСО) дисципліни, яка побудована на основі «Положення про систему оцінювання результатів навчання», https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf.

Рейтингова система оцінювання результатів навчання

1. Практичні заняття. За відповідь студент отримує бали: 3 бали при відповідності в межах 75-100 відсотків; 2 – готовність в межах 50-75 відсотків; 1 – готовність в межах 25-50 відсотків; 0 балів – повна неготовність (відсутність елементарних знань по темі заняття чи самостійної роботи).

Максимально за роботу на практичних зайняттях протягом семестру студент отримає 12 балів.

2. Лабораторні роботи. За лабораторні роботи студент отримає бали: 0-1 бал – студент допущений до роботи, отримав допуск у процесі заняття й виконав виміри; 1-2 – студент допущений до роботи, отримав допуск у процесі заняття, виконав виміри, здійснив розрахунки та оформлення роботи; 2-3 – студент допущений до роботи, отримав допуск у процесі заняття, виконав виміри, здійснив розрахунки, оформив та захистив роботу.

Максимально за роботу на лабораторних зайняттях протягом семестру студент отримає 18 балів.

3. Модульна контрольна робота. Розділена на дві частини, максимальний бал кожної частини 10 балів, складаються з двох теоретичних питань та задачі.: 0 балів – не виконано жодного завдання; 1 –2 балів – виконано менше 20 % завдань; 3–4 балів – виконано не менше 30 % завдань; 5 –6 балів – виконано не менше 50 % завдань; 7–8 балів – виконано не менше 70 % завдань; 9– 10 балів – виконано не менше 85 % завдань. В підсумку за МКР 2х10=20 балів.

4. Розрахунково-графічна робота (РГР). Максимально оцінюється в 10 балів. За роботу ставиться: 0 балів (не зараховано) – робота не подана протягом місяця після встановленого терміну; 1 –2 бали (не зараховано) – робота містить грубі помилки в кожному завданні; 3 – 5 балів (не зараховано) – робота містить окремі грубі помилки, котрі спотворюють фізичний зміст отриманих результатів і потребує переробки; 6 – 7 балів (зараховано) – робота містить окремі суттєві помилки, але не потребує повної переробки ; 8-9 балів (зараховано) – робота виконана вірно, але є помилки в обчисленнях і недоліки в графіках; 10 балів (зараховано) – робота не має суттєвих вад і зауважень.

Максимальна сума балів стартової складової дорівнює 60. Необхідною умовою допуску до екзамену є виконання модульної та розрахунково-графічної роботи виконання та захист всіх лабораторних робіт і стартовий рейтинг не менше 30 балів.

4. Відповідь на екзамені.

На екзамені студент отримає білет, шо складається з чотирьох завдань, перші два з яких є теоретичними питаннями, а два інші задачі, які виконує письмово. Відповідь на кожне завдання оцінюється: у 10 балів у разі бездоганного виконання; у 8 балів, якщо відповідь помилкова через помилки в розрахунках або з помилково вживаною розмірністю; у 6 балів, якщо помилка виникла в процесі перетворення фізичних формул; у 5 балів, якщо розв’язку немає, але записані вірні фізичні формули; у3 балів, якщо записана лише умова і зроблений рисунок; відсутність оформлення відповідей оцінюється в 0 балів.

Сума стартових балів і балів за екзаменаційну відповідь переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею:

Рейтингові бали	Оцінка за університетською шкалою
95 - 100	Відмінно
85 - 94	Дуже добре
75 - 84	Добре
65 - 74	Задовільно
60 - 64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Невиконання умов допуску до семестрового контролю	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено д.ф.-м.н., проф. Калита В. М.

Ухвалено кафедрою загальної фізики (протокол № 8 від 18.06.2024 р.)

Погоджено Методичною комісією НН ІПСА (протокол № 10 від 24. 06. 2024)

Додаток А. Приклади використання теореми Гауса для розрахунку напруженості електричних полів

1. Електричне поле зарядженої кулі

Розглянемо випадок просторового розподілу заряду, коли всередині кулі густина заряду постійна $\rho(\vec{r}) = const$ при $|\vec{r}| \leq R$, де R – радіус кулі (рис. 1), тобто куля заряджена однорідно. Нехай густина заряду є додатною, $\rho > 0$. Вважатимемо, що за межами кулі будь-які заряди відсутні.

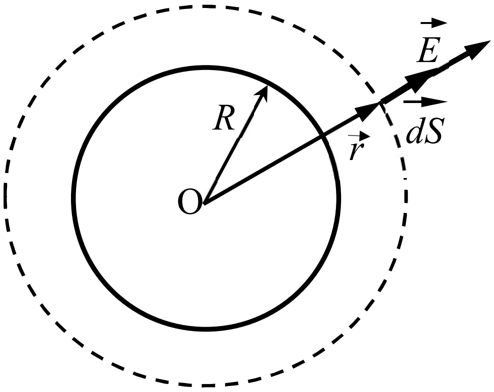

Рис. 1

Розподіл заряду є сферично-симетричним. Таку ж саме сферичну симетрію повинне мати електричне поле, утворене зарядом. Пояснимо, що це означає. Здійснимо (умовно) поворот в просторі на довільний кут відносно центру кулі. Очевидно, що після повороту куля та заряд в ній співпаде сам з собою. При такому повороті електричне поле також має співпасти саме з собою. Це є можливим, коли модуль вектора напруженості електричного поля має однакове значення на однаковій відстані від центра кулі і вектор напруженості направлений або від центра кулі, коли густина заряду додатна, або до центру кулі, якщо густина заряду від'ємна.

Отже, зі сферичної симетрії випливає, що електричне поле однорідно зарядженої кулі є радіальним, а вектор напруженості електричного поля співпадає (або протилежно направлений) з радіус-вектором, що має початок в центрі сфери.

Таким чином, за умов сферично-симетричного розподілу заряду маємо, що напруженість електричного поля залежить лише від відстані $r = |\vec{r}|$ до центру кулі $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(r)$ і для додатної густини розподілу заряду, $\rho > 0$, співнаправлена $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{r}$ з радіус-вектором положення точки спостереження поля (див. рис. 1).

Оточимо заряджену кулю сферичною поверхнею, яку на рис. 1 позначено пунктиром, і радіус якої більший за радіус сфери, $r>R$. В точках на цій поверхні напруженість електричного поля перпендикулярна до поверхні, бо $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{r}$, тому вектор $d\vec{S} \uparrow\uparrow \vec{E}$. Звідси маємо, що скалярний добуток векторів $\vec{E}$ та $d\vec{S}$ дорівнює добутку їх модулів, $\vec{E}d\vec{S} = EdS$. Тепер вираз для потоку вектора напруженості електричного поля буде рівний

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S EdS .$$

Врахуємо, що для всіх точок на сферичній поверхні модуль вектора напруженості однаковий, тому напруженість E можна винести з під знаку інтеграла

$$\Phi_E = E\oint_S dS .$$

Інтеграл $\oint_S dS$ дорівнює площі поверхні сфери, яка дорівнює

$$\oint_S dS = S = 4\pi r^2 .$$

Отже для потоку вектора напруженості однорідно зарядженої кулі для $r>R$ отримаємо вираз

$$\Phi_E = E4\pi r^2.$$

Розрахуємо заряд, охоплений сферичною поверхнею. Величина заряду дорівнює інтегралу по об'єму від густини:

$$q = \int \rho dV \ ,$$

де інтегрування здійснюється по об'єму всієї зарядженої кулі. Оскільки густина розподілу заряду є постійною, то її можна винести з під знаку інтеграла:

$$q = \rho \int dV = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi R^3,$$

де враховано, що інтегрування по об'єму кулі дорівнює її об'єму, величина якого дорівнює $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Тепер підставимо в рівняння теореми Гауса $\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$ знайдені нами у явному вигляді вирази для потоку і заряду:

$$E4\pi r^2 = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{4}{3}\pi R^3.$$

Звідси знаходимо, що за межами $r>R$ однорідно зарядженої кулі напруженість електричного поля обернено пропорційна квадрату відстані до центру кулі:

$$E(r > R) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}.$$

На поверхні сфери напруженість електричного поля дорівнює

$$E(r = R) = \frac{\rho R}{3\varepsilon_0}.$$

Тепер знайдемо напруженість електричного поля всередині кулі, коли $r<R$. Розглянемо сферичну поверхню з центром в т. O, яку на рис. 2 позначено пунктиром. Як і в попередньому випадку, для цієї сферичної поверхні потік вектора напруженості буде рівний $\Phi_E = E4\pi r^2$, що обумовлено симетрією. Величина заряду, охопленого сферою радіусу r, буде відмінною від попереднього випадку:

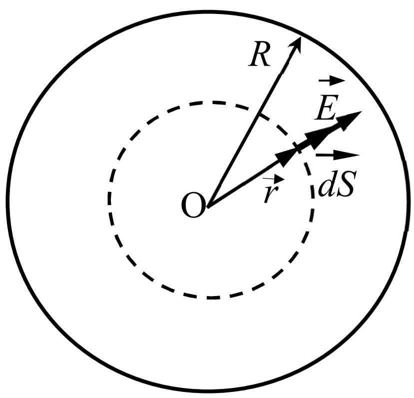

Рис. 2

$$q = \int \rho dV = \rho \int dV = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi r^3,$$

де враховано, що величина охопленого сферою об'єму дорівнює $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Тепер з теореми Гауса $\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$ отримаємо рівняння:

$$E4\pi r^2 = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{4}{3}\pi r^3,$$

з якого знайдемо величину вектора напруженості електричного поля всередині однорідно зарядженої кулі:

$$E(r<R) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r.$$

Якщо в цей вираз підставити $r=R$, то знову знайдемо напруженість електричного поля на поверхні зарядженої кулі:

$$E(r=R) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} R.$$

Отже напруженість електричного поля всередині зарядженої кулі зростає із збільшенням r за лінійним законом.

Розрахуємо потенціал електричного поля однорідно зарядженої кулі. Для цього скористаємось формулою $\varphi(\vec{r}) = \varphi(\vec{r}_0) - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r})d\vec{r}$. Приймемо потенціал на нескінченості рівним нулю, тоді

$$\varphi(\vec{r}) = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r})d\vec{r}.$$

Інтегрування здійснимо вздовж прямої, що проходить через центр кулі. Для точок, що лежать на цій прямій, радіус-вектор дорівнює відстані до центру кулі, а вектори напруженості електричного поля і елементарного переміщення співпадають за напрямком, $\vec{E}(\vec{r}) \uparrow\uparrow d\vec{r}$, тому в підінтегральному виразі скалярний добуток можна замінити на добуток модулів:

$$\varphi(r) = -\int_{\infty}^{r} E(r)dr.$$

Для знаходження потенціалу за межами кулі $r>R$ підставимо отриманий нами вираз для напруженості:

$$\varphi(r>R) = -\int_{\infty}^{r} E(r)dr = -\int_{\infty}^{r} \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}dr = \left.\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}\right|_{\infty}^{r} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}.$$

Потенціал поверхні кулі дорівнює

$$\varphi(r=R) = -\int_{\infty}^{R} E(r)dr = \left.\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}\right|_{\infty}^{R} = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}.$$

Для знаходження потенціалу всередині кулі запишемо інтеграл як суму двох інтегралів по двох ділянках інтегрування, а саме – з нескінченості до поверхні кулі і від поверхні кулі до точки r:

$$\varphi(r<R) = -\int_{\infty}^{r} E(r)dr = -\int_{\infty}^{R} E(r)dr - \int_{R}^{r} E(r)dr.$$

Перший інтеграл дорівнює вже знайденому потенціалу на поверхні кулі, а в другий треба підставити вираз для напруженості електричного поля при $r<R$:

$$\varphi(r<R)=\frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}-\int_R^r\frac{\rho}{3\varepsilon_0}rdr=\frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}-\frac{\rho}{6\varepsilon_0}r^2\Big|_R^r=\frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}+\frac{\rho}{6\varepsilon_0}(R^2-r^2)\,.$$

З останньої формули видно, що потенціал в центрі однорідно зарядженої кулі визначається квадратом радіуса кулі:

$$\varphi(r=0)=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\,.$$

На відміну від напруженості, потенціал в центрі кулі не дорівнює нулю і є більшим за потенціал на поверхні кулі.

2. Електричне поле однорідно зарядженої безмежної площини

Як і раніше, поверхневу густину заряду площини позначимо σ, яку приймемо додатною, $\sigma>0$. Для безмежної додатно зарядженої площини силові лінії електричного поля будуть виходити з площини і всюди будуть перпендикулярними до неї, як зображено на рис. 3.1. На цьому рисунку з ближнього до нас боку силові лінії суцільні, а на зворотному боці, за площиною, вони зображені пунктиром.

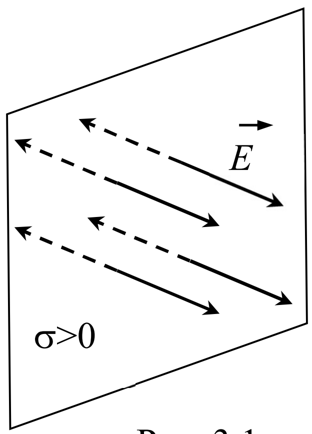

Рис. 3.1

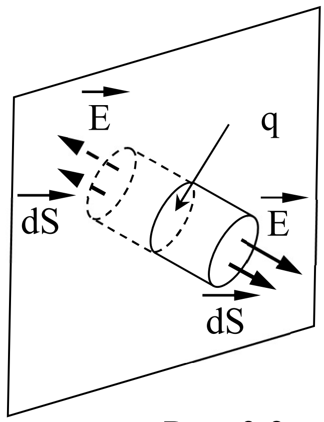

Рис. 3.2

Для розрахунку напруженості поля розглянемо поверхню, що має форму циліндру, вісь якого паралельна до силових ліній, і який пронизує заряджену площину. Частина циліндра на зворотному боці позначена на рис. 3.2 пунктиром. При розрахунку потоку вектора напруженості електричного поля через поверхню циліндра представимо інтеграл сумою двох інтегралів: одного – по бічній стороні, і двох інших – по основах циліндру:

$$\Phi_E=\oint_S\vec{E}d\vec{S}=\int_{S_{бічна}}\vec{E}d\vec{S}_{бічна}+2\int_{S_{осн}}\vec{E}d\vec{S}_{осн}\,.$$

На бічній поверхні $\vec{E}d\vec{S}_{бічна}=0$, бо вектор напруженості електричного поля направлений уздовж бічної поверхні, а отже $\vec{E}\perp d\vec{S}_{бічна}$. На поверхні основ $\vec{E}d\vec{S}_{осн}=EdS_{осн}$, бо $\vec{E}\uparrow\uparrow d\vec{S}_{осн}$. Слід також врахувати, що електричне поле однорідне, тобто $\vec{E}=const$, тому потік вектора напруженості електричного поля буде рівним

$$\Phi_E=2ES_{осн}\,,$$

де враховано, що поле перетинає дві поверхні основ циліндра.

Заряд q, охоплений циліндричною поверхнею (див. рис. 3.2), дорівнює добутку поверхневої густини заряду на площу основи циліндру, $q = \sigma S_{осн}$.

Підставимо вирази для потоку та охопленого заряду в рівняння $\Phi_E = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$ теореми Гауса:

$$2ES_{осн} = \frac{\sigma S_{осн}}{\varepsilon_0}.$$

Звідси отримаємо величину напруженості електричного поля безмежної однорідно зарядженої площини:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

З цієї формули слідує, що напруженість електричного поля прямо пропорційна густині поверхневого заряду площини і однакова в усіх точках поблизу неї. При переході через площину напруженість електричного поля змінює свій напрямок (знак) на протилежний.

3. Електричне поле однорідно зарядженого нескінченно тонкого прямолінійного провідника

Лінійну густину заряду однорідно зарядженого провідника позначимо λ, яку приймемо додатною, $\lambda > 0$ і $\lambda = const$. Для безмежного однорідно зарядженого тонкого і прямолінійного провідника електричне поле має осьову симетрію. Тобто при повороті на будь-який кут навколо осі провідника електричне поле має співпасти саме з собою. Для додатно зарядженого провідника силові лінії електричного поля мають починатися на провіднику і мають бути перпендикулярними до нього, тому вектор напруженості електричного поля залежить тільки від відстані до провідника $r = |\vec{r}|$, тобто $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(r)$, де $\vec{r}$ – радіус-вектор точки, початок якого лежить на осі, і який є найменшою відстанню від точки до провідника. Для $\lambda > 0$ вектор напруженості електричного поля співнаправлений з радіус-вектором, початок якого лежить на осі провідника, $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{r}$.

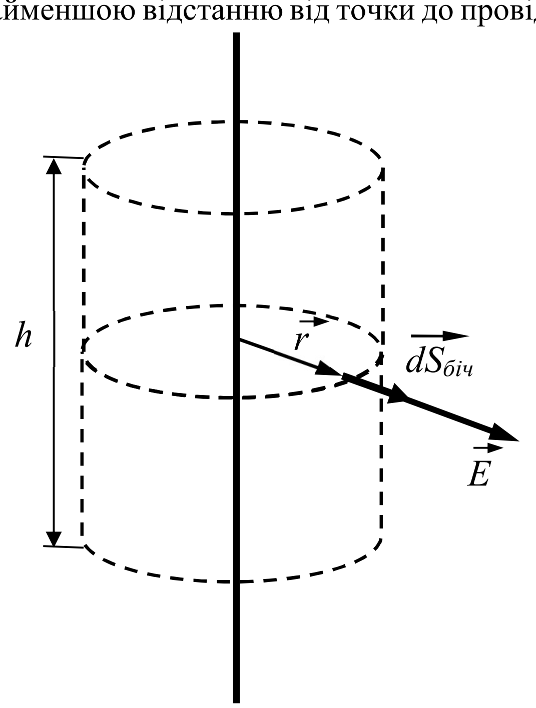

Рис. 4

Оточимо провідник циліндричною поверхнею, радіус якої r, а вісь якої співпадає з провідником, як зображено на рис. 4. Висота циліндра h. Заряд, що охоплений цією поверхнею, дорівнює добутку довжини провідника, що знаходиться в середині циліндра, на його лінійну густину заряду, $q = \lambda h$.

Представимо потік вектора напруженості електричного поля сумою двох інтегралів – по бічній поверхні і по поверхнях основ циліндру

$$\Phi_E = \oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_{S_{бічна}} \vec{E}d\vec{S}_{бічна} + \int\limits_{S_{осн}} \vec{E}d\vec{S}_{осн} .$$

На бічній поверхні $\vec{E}d\vec{S}_{бічна} = EdS_{бічна}$, бо вектор напруженості електричного поля направлений уздовж радіуса циліндра, а отже $\vec{E}\uparrow\uparrow d\vec{S}_{бічна}$. На поверхні основ $\vec{E}d\vec{S}_{осн}=0$, бо $\vec{E}\perp d\vec{S}_{осн}$. Слід також врахувати, що електричне поле для всіх точок бічної поверхні однакове $\vec{E}=const$, тому потік вектора напруженості електричного поля буде рівним

$$\Phi_E = ES_{бічна} = E2\pi rh,$$

де враховано, що площа бічної поверхні дорівнює $S_{бічна} = 2\pi rh$.

Підставимо знайдені величину заряду та потік в рівняння теореми Гауса. Отримаємо:

$$E2\pi rh = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}.$$

Після скорочень знаходимо, що величина напруженості електричного поля однорідно зарядженого лінійного провідника описується виразом

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$

З цієї формули слідує, що напруженість електричного поля однорідно зарядженого лінійного провідника обернено пропорційна відстані до нього.

Додаток Б.

Контрольна 1

Перелік теоретичних питань:

Системи відліку. Радіус-вектор. Матеріальна точка. Траєкторія. Переміщення. Швидкість. Визначення переміщення через швидкість. Шлях. Середня швидкість. Прискорення. Визначення швидкості через прискорення. Нормальне та тангенціальне прискорення.

Кінематика обертального руху. Рух по колу. Кутове переміщення. Кутова швидкість. Частота і період обертання. Кутове прискорення. Доцентрове (нормальне) прискорення. Тангенціальне прискорення.

Перший закон Ньютона. Інерціальні системи відліку. Маса тіла. Сила. Другий закон Ньютона. Додавання сил. Третій закон Ньютона. Принцип відносності Галілея. Рух тіла під дією в'язкого тертя.

Приклад розв'язку задачі:

Умова: На тіло маси *m* діє сила $\vec{F}=\alpha_1 t\vec{i}+\alpha_2 t^2\vec{j}$. Початкова швидкість $\vec{v}_0=0$ і початкове положення $\vec{r}_0=0$. Запишіть вирази для прискорення, швидкості, радіус-вектора, імпульсу, кінетичної енергії, потужності, моменту сили, моменту імпульса, модуля швидкості, тангенціального і нормального прискорень.

1. З другого закону Ньютона: $\vec{a}=\frac{1}{m}\vec{F}=\frac{1}{m}(\alpha_1 t\vec{i}+\alpha_2 t^2\vec{j})$;

2. Інтегруємо прискорення, щоб знайти швидкість:

$$\vec{v}=\vec{v}_0+\int_0^t \vec{a}dt=\frac{1}{m}\int_0^t(\alpha_1 t\vec{i}+\alpha_2 t^2\vec{j})dt=\frac{1}{m}(\alpha_1\frac{t^2}{2}\vec{i}+\alpha_2\frac{t^3}{3}\vec{j});$$

(перевірка, прискорення є похідною швидкості:

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d}{dt}\frac{1}{m}(\alpha_1\frac{t^2}{2}\vec{i}+\alpha_2\frac{t^3}{3}\vec{j})=\frac{1}{m}(\alpha_1\frac{2t}{2}\vec{i}+\alpha_2\frac{3t^2}{3}\vec{j})=\frac{1}{m}(\alpha_1 t\vec{i}+\alpha_2 t^2\vec{j}))$$

3. Щоб знайти радіус-вектор інтегруємо швидкість:

$$\vec r=\vec r_0+\int_0^t \vec v dt=\frac{1}{m}\int_0^t(\alpha_1\frac{t^2}{2}\vec i+\alpha_2\frac{t^3}{3}\vec j)dt=\frac{1}{m}(\alpha_1\frac{t^3}{2\cdot 3}\vec i+\alpha_2\frac{t^4}{3\cdot 4}\vec j);$$

(перевірка - $\vec v=\frac{d\vec r}{dt}=\frac{d}{dt}\frac{1}{m}(\alpha_1\frac{t^3}{2\cdot 3}\vec i+\alpha_2\frac{t^4}{3\cdot 4}\vec j)=\frac{1}{m}(\alpha_1\frac{3t^2}{2\cdot 3}\vec i+\alpha_2\frac{4t^3}{3\cdot 4}\vec j)=\frac{1}{m}(\alpha_1\frac{t^2}{2}\vec i+\alpha_2\frac{t^3}{3}\vec j)$)

4. Імпульс – це добуток маси на швидкість:

$$\vec p=m\vec v=m\frac{1}{m}(\alpha_1\frac{t^2}{2}\vec i+\alpha_2\frac{t^3}{3}\vec j)=\alpha_1\frac{t^2}{2}\vec i+\alpha_2\frac{t^3}{3}\vec j;$$

(перевірка, за другим законом Ньютона похідна імпульсу дорівнює силі: $\vec F=\frac{d\vec p}{dt}=\frac{d}{dt}(\alpha_1\frac{t^2}{2}\vec i+\alpha_2\frac{t^3}{3}\vec j)=\alpha_1\frac{2t}{2}\vec i+\alpha_2\frac{3t^3}{3}\vec j=\alpha_1 t\vec i+\alpha_2 t^3\vec j$);

5. Кінетична енергія: $E_k=\frac{1}{2}m(\vec v)^2=\frac{1}{2}m(\frac{1}{m}(\alpha_1\frac{t^2}{2}\vec i+\alpha_2\frac{t^3}{3}\vec j))^2=\frac{(\alpha_1\frac{t^2}{2})^2+(\alpha_2\frac{t^3}{3})^2}{2m}$;

6. Потужність дорівнює скалярному добутку сили на швидкість:

$$N=\vec F\vec v=(\alpha_1 t\vec i+\alpha_2 t^2\vec j)\frac{1}{m}(\alpha_1\frac{t^2}{2}\vec i+\alpha_2\frac{t^3}{3}\vec j)=\frac{1}{m}(\alpha_1 t\alpha_1\frac{t^2}{2}+\alpha_2 t^2\alpha_2\frac{t^3}{3})=\frac{1}{2m}(\alpha_1^2t^3+\alpha_2^2\frac{2t^5}{3})$$

(перевірка $N=\frac{dE_k}{dt}=\frac{d}{dt}\frac{(\alpha_1\frac{t^2}{2})^2+(\alpha_2\frac{t^3}{3})^2}{2m}=\frac{1}{2m}\frac{d}{dt}(\alpha_1^2\frac{t^4}{4}+\alpha_2^2\frac{t^6}{9})=$

$$=\frac{1}{2m}(\alpha_1^2\frac{4t^3}{4}+\alpha_2^2\frac{6t^5}{9})=\frac{1}{2m}(\alpha_1^2t^3+\alpha_2^2\frac{2t^5}{3})\,);$$

7. Момент сили визначається векторним добутком радіус-вектора точки прикладання сили на вектор сили. Векторний добуток знаходимо за допомогою визначника:

$$\vec M=[\vec r\vec F]=\begin{vmatrix}\vec i & \vec j & \vec k\\ r_x & r_y & r_z\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\vec i & \vec j & \vec k\\ \frac{1}{m}\alpha_1\frac{t^3}{2\cdot 3} & \frac{1}{m}\alpha_2\frac{t^4}{3\cdot 4} & 0\\ \alpha_1 t & \alpha_2 t^2 & 0\end{vmatrix}=$$

$$=\vec k(\frac{1}{m}\alpha_1\frac{t^3}{2\cdot 3}\alpha_2 t^2-\frac{1}{m}\alpha_2\frac{t^4}{3\cdot 4}\alpha_1 t)=\vec k\frac{1}{m}\alpha_1\alpha_2\frac{t^5}{12};$$

8. Момент імпульсу дорівнює векторному добутку радіус-вектора на імпульс, знаходимо за допомогою визначника:

$$\vec L=[\vec r\vec p]=\begin{vmatrix}\vec i & \vec j & \vec k\\ r_x & r_y & r_z\\ p_x & p_y & p_z\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\vec i & \vec j & \vec k\\ \frac{1}{m}\alpha_1\frac{t^3}{2\cdot 3} & \frac{1}{m}\alpha_2\frac{t^4}{3\cdot 4} & 0\\ \alpha_1\frac{t^2}{2} & \alpha_2\frac{t^3}{3} & 0\end{vmatrix}=$$

$$=\vec k(\frac{1}{m}\alpha_1\frac{t^3}{2\cdot 3}\alpha_2\frac{t^3}{3}-\frac{1}{m}\alpha_2\frac{t^4}{3\cdot 4}\alpha_2\frac{t^3}{2})=\vec k\frac{1}{m}\alpha_1\alpha_2\frac{t^6}{72}$$

(перевірка, похідна моменту імпульсу дорівнює моменту сили:

$$\vec M=\frac{d\vec L}{dt}=\frac{d}{dt}\vec k\frac{1}{m}\alpha_1\alpha_2\frac{t^6}{72}=\vec k\frac{1}{m}\alpha_1\alpha_2\frac{6t^5}{72}=\vec k\frac{1}{m}\alpha_1\alpha_2\frac{t^5}{12});$$

9. Модуль швидкості дорівнює квадратному кореню з суми квадратів проекцій швидкості:

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(\frac{1}{m}\alpha_1\frac{t^2}{2})^2+(\frac{1}{m}\alpha_2\frac{t^3}{3})^2}=\frac{1}{m}\sqrt{(\alpha_1\frac{t^2}{2})^2+(\alpha_2\frac{t^3}{3})^2}=\frac{1}{m}\sqrt{\alpha_1^2\frac{t^4}{4}+\alpha_2^2\frac{t^6}{9}}\ ;$$

10. Тангенціальне прискорення визначається як похідна модуля швидкості:

$$a_\tau=\frac{dv}{dt}=\frac{1}{m}\frac{1}{2}\frac{\alpha_1^2\frac{4t^3}{4}+\alpha_2^2\frac{6t^5}{9}}{\sqrt{\alpha_1^2\frac{t^4}{4}+\alpha_2^2\frac{t^6}{9}}}=\frac{1}{m}\frac{\alpha_1^2\frac{t^3}{2}+\alpha_2^2\frac{t^5}{3}}{\sqrt{\alpha_1^2\frac{t^4}{4}+\alpha_2^2\frac{t^6}{9}}}\ ;$$

11. Знаходимо величину компоненти нормального прискорення:

$$a_n=\sqrt{a^2-a_\tau^2}=\sqrt{a_x^2+a_y^2-a_\tau^2}=\sqrt{(\frac{1}{m}\alpha_1 t)^2+(\frac{1}{m}\alpha_2 t^2)^2-(\frac{1}{m}\frac{\alpha_1^2\frac{t^3}{2}+\alpha_2^2\frac{t^5}{3}}{\sqrt{\alpha_1^2\frac{t^4}{4}+\alpha_2^2\frac{t^6}{9}}})^2}=$$

$$=\frac{1}{m}\sqrt{\alpha_1^2t^2+\alpha_2^2t^4-\frac{(\alpha_1^2\frac{t^3}{2}+\alpha_2^2\frac{t^5}{3})^2}{\alpha_1^2\frac{t^4}{4}+\alpha_2^2\frac{t^6}{9}}}\ .$$

Контрольна 2

Перелік теоретичних питань:

Динаміка обертального руху. Рівняння руху центру мас твердого тіла. Рівняння обертального руху твердого тіла (загальний вигляд). Момент сили. Момент імпульсу. Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла. Момент інерції. Прецесія гіроскопу. Скочування циліндра з похилої площини.

Інтеграли руху. Імпульс. Закон збереження імпульсу. Реактивний рух. Закон збереження моменту імпульсу. Механічна робота. Потужність. Потенціальна енергія. Зв'язок між потенціальною енергією і силою. Кінетична енергія точкового тіла. Кінетична енергія обертального руху твердого тіла. Кінетична енергія тіла при довільному русі. Закон збереження механічної енергії. Границі руху.

Сила інерції при поступальному русі неінерціальної системи відліку. Вага тіла. Принцип еквівалентності. Відцентрова сила. Сила Коріоліса.

Приклад розв’язку задачі:

Умова: На тіло з моментом інерції *J* діє момент сили $M=\alpha t$. Початкова кутова швидкість $\omega_0=0$. Знайдіть кутове прискорення тіла, його кутову швидкість, кут повороту, момент імпульсу, кінетичну енергію, потужність моменту сили, швидкість точки віддаленої на відстань *R* від осі обертання, її тангенціальне, нормальне та повне прискорення.

1. З основного рівняння динаміки обертального руху знаходимо, що кутове прискорення дорівнює:

$$\varepsilon=\frac{M}{J}=\frac{1}{J}\alpha t\ ;$$

2. Кутову швидкість знаходимо інтегруванням кутового прискорення:

$$\omega=\omega_0+\int_0^t\varepsilon dt=\frac{1}{J}\int_0^t\alpha t dt=\frac{1}{J}\alpha\frac{t^2}{2}\ ;$$

(перевірка, кутове прискорення є похідною від кутової швидкості: $\varepsilon=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d}{dt}\frac{1}{J}\alpha\frac{t^2}{2}=\frac{1}{J}\alpha\frac{2t}{2}=\frac{1}{J}\alpha t$)

3. Кут повороту знаходимо інтегруванням кутової швидкості;
(перевірка, кутова швидкість дорівнює похідній кута повороту: $\omega = \frac{d(\Delta\varphi)}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{1}{J}\alpha\frac{t^3}{6} = \frac{1}{J}\alpha\frac{3t^2}{6} = \frac{1}{J}\alpha\frac{t^2}{2}$)

4. Момент імпульсу відносно фіксованої осі дорівнює добутку моменту інерції на кутову швидкість: $L = J\omega = \alpha\frac{t^2}{2}$;

(перевірка, з рівняння динаміки обертального руху: $M = \frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}\alpha\frac{t^2}{2} = \alpha\frac{2t^2}{2} = \alpha t$)

5. Кінетична енергія обертального руху: $E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}J(\frac{1}{J}\alpha\frac{t^2}{2})^2 = \frac{1}{2J}(\alpha\frac{t^2}{2})^2 = \frac{1}{J}\alpha^2\frac{t^4}{8}$;

6. Потужність при обертанні дорівнює добутку моменту сили на кутову швидкість: $N = M\omega = \alpha t\frac{1}{J}\alpha\frac{t^2}{2} = \frac{1}{2J}\alpha^2 t^3$;

(перевірка $N = \frac{dE_k}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{1}{J}\alpha^2\frac{t^4}{8} = \frac{1}{J}\alpha^2\frac{4t^3}{8} = \frac{1}{2J}\alpha^2 t^3$)

7. Зв'язок між лінійною та кутовою швидкістю: $v = R\omega = R\frac{1}{J}\alpha\frac{t^2}{2}$;

8. Зв'язок між тангенціальним прискоренням та кутовим прискоренням: $a_\tau = R\varepsilon = R\frac{1}{J}\alpha t$;

9. Нормальне (доцентрове) прискорення: $a_n = R\omega^2 = R(\frac{1}{J}\alpha\frac{t^2}{2})^2$;

10. Модуль прискорення: $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{(R\frac{1}{J}\alpha t)^2 + (R(\frac{1}{J}\alpha\frac{t^2}{2})^2)^2} = R\sqrt{(\frac{1}{J}\alpha t)^2 + (\frac{1}{J}\alpha\frac{t^2}{2})^2}$.