



МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ. Частина 1.

Диференціальне числення функцій дійсної змінної

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Програма навчальної дисципліни

| | |
|---|--|
| Рівень вищої освіти | <i>Перший (бакалаврський)</i> |
| Галузь знань | <i>12 Інформаційні технології</i> |
| Спеціальність | <i>122 Комп'ютерні науки</i> |
| Освітня програма | <i>Системи і методи штучного інтелекту; Інтелектуальні сервіс-орієнтовані розподілені обчислення.</i> |
| Статус дисципліни (код) | <i>Нормативна (ПО 1)</i> |
| Форма навчання | <i>очна(денна)/дистанційна/змішана</i> |
| Рік підготовки, семестр | <i>1 курс, осінній семестр</i> |
| Обсяг дисципліни | <i>5 кредитів ЄКТС</i> |
| Семестровий контроль/ контрольні заходи | <i>Екзамен</i> |
| Розклад занять | <i>Rozklad.kpi.ua</i> |
| Мова викладання | <i>Українська</i> |
| Інформація про керівника курсу / викладачів | <i>Лектор: к.ф.-м.н., доцент, Подколзін Гліб Борисович podkolzin.gleb@lil.kpi.ua, Практичні: к.ф.-м.н., доцент, Подколзін Гліб Борисович, к.ф.-м.н., доцент, Мальцев Антон Юрійович, podkolzin.gleb@lil.kpi.ua, maltsev.anton@lil.kpi.ua</i> |
| Розміщення курсу | <i>Googleclassroom</i> |

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дана дисципліна є однією з фундаментальних в освітній програмі. Вивчення навчальної дисципліни націлено на формування, розвиток та закріплення у здобувачів таких загальних та фахових **компетентностей**: ЗК 1 Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях. ЗК 2 Здатність планувати і управляти часом. ЗК 3 Здатність абстрактно мислити, застосовувати методи аналізу і синтезу. ЗК 9 Здатність до адаптації та дії в новій ситуації. ЗК 14 Здатність забезпечувати та оцінювати якість виконуваних робіт. ЗК 15 Здатність реалізовувати свої права та обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні, дотримуватися академічної доброчесності.

ФК 1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.

Внаслідок вивчення курсу студент повинен бути здатний продемонструвати такий **програмний результат навчання ОПП**: ПРН 02 Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів

інформатизації.

У кінці вивчення курсу студент повинен **знати**: вступ до математичного аналізу (множини на прямій, послідовності та їхні границі, функції та їхні границі, неперервність, властивості неперервних функцій);

диференціальне числення функцій однієї змінної (диференційовність та похідна, властивості диференціала та похідно першого і вищих порядків, формула Тейлора та її застосування до наближених обчислень, дослідження на екстремум);

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна передує і забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: «Основи фізики» (ПО 5), «Основи системного аналізу» (ПО 10), «Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика» (ПО 2), «Фізика коливально-хвильових процесів» (ПО 19), «Обчислювальна математика» (ПО 21), «Основи системного аналізу» (ПО 10), «Дослідження операцій» (ПО 25).

Вивчення курсу ґрунтується на широкому використанні основних розділів дисциплін: Алгебра та аналітична геометрія (ПО 3) та «Дискретна математика» (ПО 4).

3. Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1. ФУНКЦІЇ ДІЙСНОЇ ЗМІННОЇ

Тема 1.1. Вступ до аналізу

Операції над множинами. Загальне поняття функції. Відображення множин, образ, прообраз. Математична індукція. Дійсні числа. Аксиоматика числової осі. Верхні та нижні межі числової множини. Злічені множини. Незліченність множини дійсних чисел. Комплексні числа. Тригонометрична форма комплексного числа. Формули Муавра

Тема 1.2. Границя числової послідовності

Топологія прямої. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. Лема Бореля. Границя числової послідовності. Монотонні послідовності. Нескінченно малі послідовності. Часткові границі. Критерій Коші.

Тема 1.3. Границя функції. Неперервність.

Границя функції в точці та на нескінченності. Однобічні границі. Нескінченно малі та їх порівняння. Властивості границь. Перша чудова границя. Неперервні функції. Локальні властивості неперервних функцій. Неперервність складеної функції. Точки розриву. Неперервність елементарних функцій. Чудові границі та їх використання. Властивості неперервних функцій на замкнутому відрізку.

Тема 1.4. Диференціальне числення функцій однієї дійсної змінної.

Диференціал та похідна функції однієї дійсної змінної. Похідна складеної та оберненої функції. Інваріантність форми першого диференціала. Таблиця похідних. Диференціювання функцій, що визначені параметрично. Логарифмічне диференціювання. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца та її застосування. Вищі похідні функцій, що визначені параметрично. Екстремуми функції. Лема Ферма. Теорема Ролля, формули Лагранжа і Коші. Формула Тейлора. Формула Тейлора для основних функцій. Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Опуклість функцій. Нерівність Ієнсена та її застосування. Критерії опуклості диференційованих функцій. Асимптоти графіка функції. Схема дослідження функції та побудова графіків. Правила Лопітала та їх застосування.

Розділ 2. ФУНКЦІЇ ВЕКТОРНОЇ ЗМІННОЇ

Тема 2.1. Топологія простору \mathbb{R}^n . Відкриті та замкнені множини. Основні принципи аналізу в \mathbb{R}^n . Границя та неперервність функцій кількох змінних. Властивості неперервних функцій.

Тема 2.2. Диференціальне числення функцій кількох дійсних змінних

Частинні похідні та диференціал функції векторної змінної. Матриця Якобі. Диференціювання композиції функцій. Похідна за напрямком. Градієнт. Поверхня в тривимірному просторі та рівняння дотичної площини.

4 Навчальні матеріали та ресурси

Базова:

1. В. Г. Бондаренко, Г. Б. Подколзін МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЧАСТИНА 1

Диференціальне та інтегральне числення функцій дійсної змінної, диференціальне числення функцій векторної змінної

<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/66947>

2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 1: підручник. К: Либідь, 1993. 320 с

3. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 2: підручник. К: Либідь, 1994. 304 с

4. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз. У 2-х частинах. Частина 1: підручник. Київ : Вища школа, 1992. - 595 с

4. Збірник задач з математичного аналізу. Частина I. Функції однієї змінної

М. О. Денисьєвський, О. О. Курченко, В. Н. Нагорний, О. Н. Нестеренко,

Т. О. Петрова, А. В. Чайковський / – К.: ВПЦ "Київський університет",

2005. – 257 с. <http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/all.pdf>

6. Математичний аналіз 1. Диференціальне числення функцій дійсної змінної. Збірник задач для розрахункових робіт. [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальності 124 «Системний аналіз»/ КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Ю.В. Богданський, В.Г. Бондаренко, А.Ю. Мальцев, Г.Б. Подколзін.– Електронні текстові дані. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 59 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/31653>

Допоміжна:

1. Тевяшев А.Д., Литвин О.Г., Кривошеєва Г.М. та ін. Вища математика у прикладах та задачах. Ч.2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. 2-е вид. доп. і доопр. – К.: Кондор, 2006. – 460с

Навчальний контент

5 Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

| № | Назва теми лекції та перелік основних питань |
|---|--|
| 1 | Операції над множинами—об'єднання, перетин, різниця. Загальне поняття функції. Відображення множин, образ, прообраз. Графік абстрактної функції. Аналітичне завдання кривої на площині. Математична індукція, приклади. Біном Ньютона. Деякі уживані нерівності. |

| | |
|-------|--|
| 2 | <i>Дійсні числа. Аксиоматика числової осі. Верхня та нижні межі числової множини. Потужність множини, злічені множини. Незліченність множини дійсних чисел .</i> |
| 3 | <i>Комплексні числа, алгебраїчні операції. Тригонометрична форма комплексного числа. Формули Муавра. Елементарні функції комплексної змінної</i> |
| 4 | <i>Околи, граничні точки множини. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. Границя числової послідовності. Єдиність границі. Приклади. Обмеженість збіжної послідовності.. Нескінченно малі послідовності. Арифметичні властивості границь.</i> |
| 5 | <i>Перехід до границі в нерівностях. Монотонні послідовності. Теорема Вейєрштрасса. Приклади. Число e.</i> |
| 6 | <i>Часткові границі послідовності. Верхня та нижня границі. Критерій Коші. Лема Гейне-Бореля.</i> |
| 7 | <i>Границя функції в точці та на нескінченності. Одnobічні границі. Нескінченно малі та їх порівняння. Арифметичні властивості границь.</i> |
| 8 | <i>Перехід до границі в нерівностях. Перша чудова границя.</i> |
| 9 | <i>Неперервні функції. Локальні властивості неперервних функцій.</i> |
| 10 | <i>Точки розриву. Неперервність складеної функції. Неперервність елементарних функцій.</i> |
| 11,12 | <i>Чудові границі та їх використання.</i> |
| 13 | <i>Властивості функцій, неперервних на замкнутому відрізку: обмеженість, досягання найбільшого та найменшого значень.. Рівномірна неперервність та теорема Кантора.</i> |
| 14 | <i>Диференціал та похідна функції дійсної змінної. Геометричний зміст похідної. Неперервність диференційованих функцій. Арифметичні властивості похідних. Одnobічні похідні.</i> |
| 15 | <i>Похідна складеної функції. Диференціювання оберненої функції. Інваріантність форми першого диференціала. Таблиця похідних. Диференціювання функцій, що визначені параметрично. Логарифмічне диференціювання.</i> |
| 16 | <i>Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца та її застосування. Вищі похідні функцій, що визначені параметрично.</i> |
| 17 | <i>Екстремуми функції. Лема Ферма. Теорема Ролля,</i> |
| 17 | <i>формула Лагранжа та її застосування. Формула Коші.</i> |
| 18 | <i>Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа та Пеано. Формула Тейлора для основних функцій. Приклади застосування.</i> |
| 19 | <i>Необхідна та достатні умови локального екстремуму. Опуклість функцій. Нерівність Ієнсена та її застосування.</i> |
| 20 | <i>Критерії опуклості диференційованих функцій. Приклади. Необхідна й достатні умови точки перегину.</i> |
| 21 | <i>Асимптоти графіка функції. Схема дослідження функції та побудова графіків. Приклади.</i> |
| 22 | <i>Правила Лопітала та їх застосування.</i> |
| 23 | <i>Простір R^n . Скалярний добуток. Норма. Метрика. Збіжність послідовностей в R^n . Критерій Коші. Відкриті та замкнені множини.</i> |
| 24 | <i>Основні принципи аналізу в R^n . Границя та неперервність функцій кількох змінних. Властивості неперервних функцій. Узагальнення теорем Вейєрштрасса та теореми Больцано-Коші. Теорема Кантора про рівномірну неперервність.</i> |
| 25 | <i>Частинні похідні функції векторної змінної, диференціал та його обчислення. Достатня умова диференційованості. Диференціювання векторнозначних функцій кількох змінних. Матриця Якобі</i> |
| 26 | <i>Диференціювання композиції функцій векторної змінної. Приклади. Диференціювання визначника. Похідна за напрямком. Градієнт та його властивості.</i> |

| | |
|----|--|
| 27 | Явне, неявне та параметричні рівняння поверхні в тривимірному просторі. Рівняння дотичної площини. |
|----|--|

Практичні заняття

| № | Назва теми занять |
|----|--|
| 1 | Комплексні числа, Математична індукція, біном Ньютона. Доведення деяких нерівностей. |
| 2 | Операції, з множинами, образ, прообраз. Графік абстрактної функції. Рівняння кривої на площині. Верхня та нижня межі підмножини дійсних чисел. |
| 3 | Граничні точки множини. Границя послідовності. |
| 5 | Монотонні послідовності. Число e . Нерівності для границь. |
| 6 | Підпослідовності. Верхня та нижня границі. |
| 7 | Границі функцій. Перша та друга чудові границі |
| 8 | Границі функцій. Нескінченно малі. . |
| 9 | Неперервні функції. Основні типи розривів |
| 10 | Похідна явної функції. Техніка диференціювання. Геометричний зміст похідної. Диференціал |
| 11 | Похідна функції, заданої неявно, параметрично. |
| 12 | Логарифмічна похідна. Техніка диференціювання. |
| 13 | Похідні вищих порядків. Формула Лейбніца. |
| 14 | Застосування теореми Ролля та формул Лагранжа і Коші. |
| 15 | Зростання та спадання функції, нерівності. Локальні екстремуми. Найбільші та найменші значення функції на відрізку. |
| 16 | Дослідження функції на опуклість. |
| 17 | Формула Тейлора. Правило Лопіталя. |
| 18 | Побудова графіків функції |

Політика та контроль

6 Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Студенти на протязі семестру отримують бали за виконання модульних контрольних робіт, за виконання розрахунково-графічних робіт, за семестрову залікову роботу, або за іспит наприкінці семестру

Роботи мають бути виконані з дотриманням академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності, етична поведінка студентів визначені у Кодексі честі <https://kpi.ua/code>.

7. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Семестровий контроль: **екзамен**

Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за:

Умовою атестації є поточний рейтинг не менше 50% запланованих балів.

Умовою допуску до екзамену є стартовий рейтинг не менше 30 балів.

Критерії нарахування балів за контрольні заходи:

~ "відмінно": 95 -100% - здобувач виявив всебічні, систематичні та глибокі знання навчального матеріалу з дисципліни; продемонстрував уміння вільно виконувати всі завдання, передбачені програмою; засвоїв основну та додаткову літературу; проявив

творчі здібності в розумінні, в логічному, чіткому, стислому та ясному трактуванні навчального матеріалу; засвоїв взаємозв'язок основних понять дисципліни, їх значення для подальшої професійної діяльності

~“дуже добре”: 85-94% - здобувач виявив систематичні знання навчального матеріалу з дисципліни вище середнього рівня; продемонстрував уміння добре виконувати всі завдання, передбачені програмою, допустивши незначні помилки; засвоїв основну та додаткову літературу; засвоїв взаємозв'язок основних понять дисципліни, їх значення для подальшої професійної діяльності

~“добре”: 75-84% - здобувач виявив загалом добрі знання навчального матеріалу при виконанні передбачених програмою завдань, але припустив ряд помітних помилок; засвоїв основну літературу; показав систематичний характер знань з дисципліни; здатний до їх самостійного використання та поповнення в процесі подальшої навчальної роботи і професійної діяльності

~“задовільно”: 65-74% - здобувач виявив знання основного навчального матеріалу з дисципліни в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої професійної діяльності; ознайомився з основною літературою; впорався з виконанням завдань, передбачених програмою, але припустив значну кількість помилок або недоліків на запитання при співбесіді, тестуванні та при виконанні завдань тощо, принципів з яких може усунути самостійно

~“достатньо”: 60-64% - здобувач виявив знання основного навчального матеріалу з дисципліни в мінімальному обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої професійної діяльності; ; ознайомився з основною літературою; в основному виконав завдання, передбачені програмою, але припустив помилки у відповіді на запитання при співбесідах, тестуванні та при виконанні завдань тощо, які він може усунути лише під керівництвом та за допомогою викладача

~“незадовільно”: 30-59% - здобувач мав значні прогалини в знаннях основного навчального матеріалу; допускав принципові помилки при виконанні передбачених програмою завдань, але спроможній самостійно доопрацювати програмний матеріал і підготуватися для перездачі дисципліни

~“незадовільно”: 0-29% - здобувач не мав знань зі значної частини навчального матеріалу з дисципліни; допускав принципові помилки при виконанні більшості передбачених програмою завдань або не виконував ці завдання

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

| Бали: практичні заняття + МКР + екзаменаційна робота | Оцінка |
|--|--------------|
| 100...95 | Відмінно |
| 94...85 | Дуже добре |
| 84...75 | Добре |
| 74...65 | Задовільно |
| 64...60 | Достатньо |
| Менше 60 | Незадовільно |
| стартовий рейтинг менше 30 балів | Не допущено |

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено *к.ф.-м.н., доцент, Подколзін Гліб Борисович*

Ухвалено кафедрою ММСА (*протокол №13 від 05.06.2024*)

Погоджено Методичною комісією ІПСА (*протокол № 10, від 24.06.2024*)