



ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>122 Комп'ютерні науки</i>
Освітня програма	<i>Системи і методи штучного інтелект</i>
Статус дисципліни (код)	<i>Нормативна(професійна)</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/дистанційна/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредитів ЄКТС</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>екзамен</i>
Розклад занять	<i>Rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: к.ф.-м.н., доцент, Подколзін Гліб Борисович, podkolzin.gleb@lil.kpi.ua, Практичні: к.ф.-м.н., доцент, Подколзін Гліб Борисович, к.ф.-м.н., доцент, Мальцев Антон Юрійович, podkolzin.gleb@lil.kpi.ua, maltsev.anton@lil.kpi.ua</i>
Розміщення курсу	<i>Google classroom</i>

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дана дисципліна є однією з фундаментальних в освітній програмі. Вона включає:

- Ранг матриці. Методи обчислення рангу матриці, дослідження систем лінійних рівнянь;*
 - Перетворення координат та матриця лінійного оператора;*
 - Власні числа та вектори лінійного оператора, жорданова форма оператора*
 - Унітарний простір, ортонормований базис унітарного простору, спряжені та самоспряжені оператори;*
 - Квадратичні форми та поверхні другого порядку;*
 - Норми лінійного оператора, Функції від лінійного оператора*
- У процесі навчання студент має оволодіти такими загальними компетентностями:*

ЗК 1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; ЗК 6 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями; ЗК 11 Здатність приймати обґрунтовані рішення; ФК 1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування;

*По завершенню курсу студент має набути наступні програмні результати навчання:
ПР 1 Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук.*

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Дисципліна передує і забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: «Фізика», «Диференціальні рівняння», «Теорія ймовірностей», «Математична статистика», «Чисельні методи», «Гармонічний аналіз та операційне числення», «Функціональний аналіз», «Рівняння математичної фізики», «Теорія стійкості та варіаційне числення», «Теорія прийняття рішень», «Основи системного аналізу», «Методи оптимізації і дослідження операцій», «Теорія керування», «Курсова робота з теорії керування», «Дипломне проектування». Вивчення курсу ґрунтується на використанні основних результатів дисципліни «Алгебра і геометрія». Також програми що входять до сертифікатної програми "системна математика": «Теорія випадкових процесів», «Стаціонарні випадкові процеси», «Аналіз часових рядів», «Системний аналіз стохастичних розподілених процесів», «Основи фінансової математики», «Конфліктно керовані процеси»

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Відображення лінійних просторів.

Тема 1.1. Лінійні оператори. Ізоморфізм лінійних просторів.

Тема 1.2. Матриця лінійного оператора. Алгебра лінійних операторів.

Тема 1.3. Лінійні та полі лінійні функціонали. Визначник довільного порядку.

Розділ 2. Системи лінійних рівнянь.

Тема 2.1. Ранг матриці. Методи обчислення рангу матриці.

Тема 2.2. Дослідження систем лінійних рівнянь.

Кредитний модуль 2.

Розділ 3. Лінійні оператори.

Тема 3.1. Перетворення координат та матриця лінійного оператора.

Розділ 4. Структура лінійного оператора.

Тема 4.1. Власні числа та вектори лінійного оператора.

Тема 4.2. Жорданова форма оператора.

Розділ 5. Евклідові та унітарні простіри.

Тема 5.1. Евклідові та унітарні простіри. Ортонормований базис.

Знаковизначені півторалінійні функціонали. Скалярний добуток. Нерівність Коші-Буняковського. Метод ортонормування системи векторів Грама-Шмідта. Ортогональне доповнення, ортогональна проекція на підпростір.

Тема 5.2. Спряжені та самоспряжені оператори.

Спряжені та самоспряжені оператори. Властивості власних чисел та векторів самоспряжених операторів, спектральний розклад.

Тема 5.3. Квадратичні форми та їх приведення до канонічного вигляду унітарним перетворенням. Зведення рівнянь кривих та поверхонь другого порядку до канонічного вигляду.

РОЗДІЛ 6 Норма лінійного оператора в нормованих просторах.

Тема 6.1. Норми лінійного оператора.

Тема 6.2. Функції від лінійного оператора.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова:

1. О. О. Калюжний, А. Ю. Мальцев, Г. Б. Подколзін, Ю. А. Чаповський. Конспект лекцій з курсу «Аналітична геометрія та лінійна алгебра» [Електронний ресурс - <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/27818>] : навчальний посібник для студентів спеціальності 124 «Системний аналіз», освітніх програм «Системний аналіз і управління; Системний аналіз фінансового ринку» / КПІ ім. Ігоря Сікорського
2. О. О. Калюжний, А. Ю. Мальцев, Г. Б. Подколзін, Ю. А. Чаповський. Методичні вказівки та завдання до розрахунково-графічної роботи «Векторна алгебра та аналітична геометрія» [Електронний ресурс – <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/27817>] : навчальний посібник для студентів спеціальності 124 «Системний аналіз», освітніх програм «Системний аналіз і управління; Системний аналіз фінансового ринку» / КПІ ім. Ігоря Сікорського
3. Подколзін Г.Б. Методичні вказівки та завдання до розрахунково-графічної роботи „Застосування лінійної алгебри до розв’язання систем лінійних рівнянь та аналізу структури лінійного оператора” з дисципліни „Алгебра та геометрія”
4. Калужнін Л.А., Вишенський В.А., Шуб Ц.О. Лінійні простори. – К.: Вища школа, 1971.
5. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел. – Ч.І. – К.: Вища школа, 1974.
6. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел. – Ч.ІІ. – К.: Вища школа, 1976. – 384 с.
7. Сенчук Ю. Ф. Лінійна алгебра. Теорія лінійних просторів – Харків, НТУ "ХПИ", 2001. – 200 с.
8. Jurliewicz T., Skoczylas Z. Algebra liniowa 1. Definicje, twierdzenia, wzory. — Wrocław: Oficyna Wydawnicza GiS, 2003. — 163 str. — ISBN 83-89020-14-9.
9. Lay D. C. Linear Algebra and its Applications, 3rd updated edition. Addison Wesley, 2005. — 576 pp., ISBN: 0-321-28713-4.
10. Meyer C. D. Matrix analysis and applied linear algebra. — SIAM, 2000. — 718 p. — ISBN 0898714540.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

Лекційні заняття

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
----------	-----------------------------------------------------

1	Лінійні відображення. Ізоморфізм лінійних просторів. Алгебра лінійних операторів, зв'язок з алгеброю матриць. Література: 1 – С.178 – 194; 2 – С.117 – 11 Література: 2 – С.53 –55; 1 – С.63 – 67; 2 – С.109 – 114.
2	Лінійні та полі лінійні функціонали в просторі з фіксованим базисом. Визначник довільного порядку. Література: 1 – С.291 – 304; 2 – С.125 – 129. Література: 1 – С.122 – 135; 2 – С.19 – 37, 8 – С.105 – 109
3	Обернена матриця. Ранг матриці. Методи обчислення рангу матриці. Література: 2 – С.40 – 42, 58; 8 – С.70 – 77.
4	Системи лінійних однорідних та неоднорідних рівнянь. Література: 8 – С.77 – 88; 2 – С.66 – 71, 75 – 83.
5	Сума та перетин лінійних просторів, Пряма сума лінійних просторів, розклад лінійного простору. Література: 1 – С.57 – 63.; 2 – С.56 – 58.
6	Перетворення векторів, ковекторів та матриць при перетворенні координат. Література: 2 – С.119 – 122; 1 – С.202 – 204.
7	Власні числа та вектори лінійного оператора. Література: 1 – С.207 – 209; 2 – С.122 – 123; 1 – С.237 – 238; 8 – С.379 – 385.
8-9	Жорданова нормальна форма матриці лінійного оператора. Література: 1 – С.209 – 212; 2 – С.124 – 125; 1 – С.238 – 240; 8 – С.384 – 387
10	Знаковизначені півторалінійні функціонали. Нерівність Коші-Буняковського. Література: 1 – С.89 – 107; 2 – С.87 – 88.
11	Скалярний добуток. Метод ортогоналізації та нормування системи векторів з унітарного простору. Література: 2 – С.84 – 102; 1 – С.88 – 94.
12	Ортогональне доповнення, ортогональна проекція на підпростір. Література: 1 – С.94 – 105.
13-14	Спряжені та самоспряжені оператори. Властивості власних чисел та векторів самоспряжених операторів, спектральний розклад. Література: 1 – С.241 – 247; 2 – С.129 – 134.
15-16	Унітарні перетворення. Квадратичні форми та їх приведення до канонічного вигляду унітарним перетворенням. Зведення рівнянь кривих та поверхонь другого порядку до канонічного вигляду. Література: 1 – С.248 – 252; 2 – С.146 – 150.
17	Скінченновимірні нормовані простори. Норми лінійного оператора в нормованих просторах. Література: 1 – С.280 – 298.
18	Функції від матриць, лінійних операторів. Література: 12 – С.180 – 198.

Практичні заняття

№	Назва теми занять
1	Лінійні відображення, матриця лінійних операторів. Визначники довільних порядків.
2	Ранг матриці.
3	Системи лінійних рівнянь.
4	Сума та перетин лінійних просторів.
5	Перетворення координат. Матриця лінійного оператора
6	МКР на тему: "Лінійні оператори, матриця лінійного оператора "
7-8	Власні числа та вектори лінійного оператора.
9-10	Жорданова нормальна форма матриці лінійного оператора
11	Евклідові та унітарні простори. Метод ортогоналізації систем векторів.
12	Ортогональне доповнення лінійного підпростору. Ортогональна проекція вектора на підпростір.
13-14	Спряжені та самоспряжені оператори. Діагональна форма матриці

	самоспряженого оператора.
15	МКР на тему: “Жорданова форма матриці. Евклідові простори. Спряжені оператори.”
16	Квадратичні форми та приведення загального рівняння поверхні другого порядку до канонічного вигляду.
17	Норми лінійного оператора.
18	Функції від лінійного оператора.

6. Самостійна робота здобувача вищої освіти

Самостійна робота здобувача в семестрі складається з виконання розрахункової роботи на тему «лінійна алгебра». Зміст розрахункової роботи повністю відповідає темам розділів 1,2,3,4. Тексти цих робіт зберігаються в комп'ютерній мережі кафедри та на електронному кампусі. Розрахункова робота сприяє поглибленому засвоєнню методів розв'язання задач з курсу алгебри та геометрії. Методичні рекомендації до виконання розрахункової роботи, варіанти завдань, термін виконання надає лектор всім групам потоку та зазначає у гугл-класі. Викладачі, які ведуть практичні заняття, у двотижневий термін з призначеної дати здачі студентами робіт, перевіряють роботи та виставляють рейтингові бали. Також студентам пропонуються видається задачі індивідуальної підготовки до мкр. Розв'язки цих задач, потім, розглядаються на консультаціях. Крім того до самостійної роботи слід віднести обов'язковий ретельний розбір студентами лекційного матеріалу, підготовку до контрольних робіт та до семестрового екзамену.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Здобувачі вищої освіти не мають право пропускати лекційні та практичні заняття без поважних причин. На кожному практичному занятті повинні активно залучатися до розв'язання практичних задач. Для цього викладач на кожній лекції повинен приділяти увагу до застосування прочитаних тем в різних галузях науки. Захист розрахункової роботи повинен виявити наскільки здобувач може не тільки абстрактно та логічно мислити, а й аналізувати результат. Усі роботи здобувачів мають прикріплювати в особистому кабінеті гугл-класу. Роботи мають бути виконані з дотриманням академічної доброчесності.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Семестровий контроль – екзамен.

- Семестровий рейтинг з дисципліни «Алгебра та геометрія» складається з рейтингових балів, і не перевищує $R_{\max} = 100$.
- В семестрі здобувач може набрати 60 балів, відповідно на екзамені – 40 балів.

Таблиця 1. Система рейтингових балів.

№	Контрольний захід	Бали
1.	Модульна контрольна робота (частина 1) “Лінійні оператори, матриця лінійного оператора”	25
2.	Експрес-контроль по всім темам курсу	10
3.	Модульна контрольна робота (частина 2) “Жорданова форма матриці. Евклідові простори. Спряжені оператори.”	25

3. Розрахункова робота зараховується тільки за умови її захисту.
4. Здобувач допускається до іспиту при виконанні умови:
 - поточний рейтинг за семестр складає не нижче 25 балів.

Відповідно сумарної кількості балів, що набрані в семестрі та на іспиті, здобувач отримує оцінку згідно таблиці 2.

Таблиця 2 відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Рейтинг	Оцінка ECTS	Традиційна оцінка
95 - 100	A — відмінно	Відмінно
85 - 94	B — дуже добре	Добре
75 - 84	C — добре	
65 - 74	D — задовільно	Задовільно
60 - 64	E — достатньо	
менше 60 балів	FX — незадовільно	Незадовільно
менше 30 балів	F — не допущено	Не допущено

10. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

Теоретичні питання:

1. Зворотний оператор, зворотна матриця. Матриця зворотного оператора.
2. Критерій лінійної незалежності n n -вимірних векторів.
3. Матриця оператора переходу від базису до базису,
4. Матриця лінійного оператора в різних базисах, зв'язок.
5. Ядро й образ. Зв'язок розмірностей ядра, образа оператора. Ранг оператора, матриці
6. Метод обвідних мінорів
7. Рішення матричних і лінійних рівнянь, правило Крамера.
8. Однорідні системи рівнянь, фундаментальна система розв'язків.
9. Системи лінійних неоднорідних рівнянь, теорема Кронекера-Капелли. Теорема про структуру загального рішення лінійного неоднорідного рівняння.
10. Сума, перетин, пряма сума лінійних підпросторів. Співвідношення для розмірностей.
11. Інваріантний підпростір, звуження оператора на інваріантний підпростір, структура матриці. Пряма сума операторів.
12. Власні числа й власні вектора матриці, оператора, властивості. Матриця лінійного оператора з n лінійно незалежними власними векторами.
13. Приєднані вектора, лінійна незалежність власного й приєднаних векторів.
14. Випадок одного власного вектора. Існування базису власного й приєднаного векторів, матриця оператора в цьому базисі.
15. Теорема Жордана про приведення матриці лінійного оператора до жорданової нормальній форми.
16. Властивості жорданової форми матриці: кількість кліток жордана, зв'язок з власними векторами, кількість кліток Жордана розмірності $K \times K$, єдиність форми Жордана.
17. Евклідові та унітарні простори. Нерівність Коші - Буняковського, норма.
18. Ортонормовані системи, властивості. Ортонормований базис, процес ортогоналізації Грама-Шмидта.

19. Ортогональне доповнення, властивості, розкладання простору в ортогональну суму.
20. Ортопрєкція, ортогональна складова. Розклад вектора по довільному базису в евклідовому (унітарному) просторі, матриця Грама. Розклад Фур'є.
21. Ізоморфізм евклідових (унітарних) просторів.
22. Об'єм в n -мірному просторі, матриця Грама, визначник Грама.
23. Теорема Рисса (для лінійних функціоналів), спряжений простір.
24. Теорема Рисса (для півторалінійних функціоналів).
25. Спряжений оператор, властивості.
26. Матриця оператора та його спряженого.
27. Розкладання евклідового (унітарного) простору в пряму суму ядра оператора й образу спряженого.
28. Самоспряжений оператор, власні числа, вектора: властивості.
29. Спектральне розкладання самоспряженого оператора.
30. Комплексифікація лінійного простору. Власні вектора, власні числа s/c оператора в дійсному евклідовому просторі.
31. Унітарні оператори, властивості: зв'язок базисів, зворотний оператор до унітарного, унітарність спряженого.
32. Квадратичні форми, зв'язок з півторалінійними (білінійними) функціоналами й операторами, зв'язок із симетричними операторами.
33. Зведення квадратичної форми до канонічного виду.
34. Позитивна визначеність квадратичних форм і операторів, критерій Сильвестра.
35. Зведення кривих і поверхонь другого порядку до канонічного виду.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено к. ф.-м. н., доцент, Подколзін Гліб Борисович

Ухвалено кафедрою ММСА (протокол №13 від 05.06.2024р.)

Погоджено Методичною комісією ІПСА (протокол № 10 від 24.06.2024 р.)